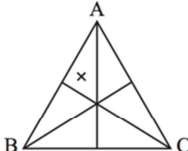
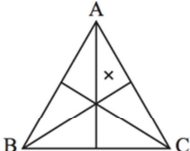
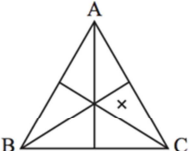
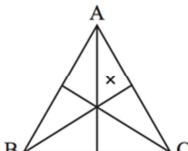
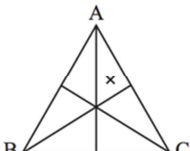
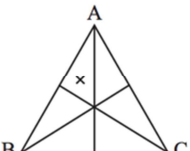


1.

1.1. Fazendo a correspondência entre cada boletim de voto e a respetiva ordem de preferência, obtém-se:

			ABC	ACB	CAB
					
Figura 2			ACB	ACB	ABC

Para determinar $P(Q|R)$, consideremos a restrição a R , em que R corresponde à escolha de um boletim em que o festival B ocupa a última preferência.

Observa-se que o festival B ocupa a última preferência em 4 dos boletins.

Destes quatro, existem três em que o festival A ocupa a primeira preferência.

Temos, então, 3 casos favoráveis em 4 casos possíveis.

$$\text{Assim, } P(Q|R) = \frac{3}{4}$$

A opção correta é a (C).

1.2. Aplicando o método, antes de contabilizar o voto do Filipe, obtém-se as seguintes pontuações para cada um dos festivais:

$$A: 5 \times (2 + 2) + 3 \times 0 + 1 \times (2 + 3) = 20 + 5 = 25 \text{ pontos}$$

$$B: 5 \times 3 + 3 \times (2 + 2) + 1 \times 2 = 15 + 12 + 2 = 29 \text{ pontos}$$

$$C: 5 \times 2 + 3 \times (2 + 3) + 1 \times 2 = 10 + 15 + 2 = 27 \text{ pontos}$$

Em primeiro lugar, fica o festival B, em segundo lugar o festival C e, em terceiro lugar, o festival A.

Sabe-se que, após contabilizar o voto do Filipe, o festival B fica em primeiro lugar e o festival C em último, não tendo havido qualquer empate.

As preferências do Filipe não podem ser:

- BAC porque, embora o festival B ficasse em primeiro lugar, os festivais A e C ficariam empatados, ambos com 28 pontos.
- BCA pois, neste caso, o festival A ficaria em último lugar.

Logo, o festival A ficou na primeira preferência no voto do Filipe.

A sua ordem de preferências só poderá ser **ABC**, pois ACB resultaria num empate entre A e B com 30 pontos.

Assim, após a contabilização do voto do Filipe (ABC), obtém-se as seguintes pontuações:

A: $25 + 5 = 30$ pontos

B: $29 + 3 = 32$ pontos

C: $27 + 1 = 28$ pontos, confirmando o resultado do enunciado.

2. Seja v a valorização atribuída a B1. Resulta que:

Bilhete	B1	B2	B3	B4	B5	B6	Total
Valorização	v	$3v$	v	v	v	v	$8v$

Logo, 50% será igual a $4v$.

A única combinação possível é B1, B3, B5, B6.

A opção correta é a (C).

3. Procedendo à distribuição dos bens, aplicando o método descrito, temos:

	Elsa	Gaspar
Atribuição temporária de bens	M	F, T
Total de pontos	26	$35 + 60 = 95$
Designação do amigo	B	A
Bem a partilhar	T	
Total final de pontos a atribuir	$26 + \frac{x}{100} \times 55$	$95 - \frac{x}{100} \times 60$

Igualando os dois totais finais e resolvendo a equação que traduz a partilha equilibrada, vem::

$$26 + \frac{x}{100} \times 55 = 95 - \frac{x}{100} \times 60 \Leftrightarrow 26 + 0,55x = 95 - 0,60x$$

$$\Leftrightarrow 0,60x + 0,55x = 95 - 26$$

$$\Leftrightarrow 1,15x = 69$$

$$\Leftrightarrow x = 60$$

Logo, a partilha final dos bens pelos dois amigos será:

Elsa: recebe a mesa de campismo e 60% da utilização da tenda.

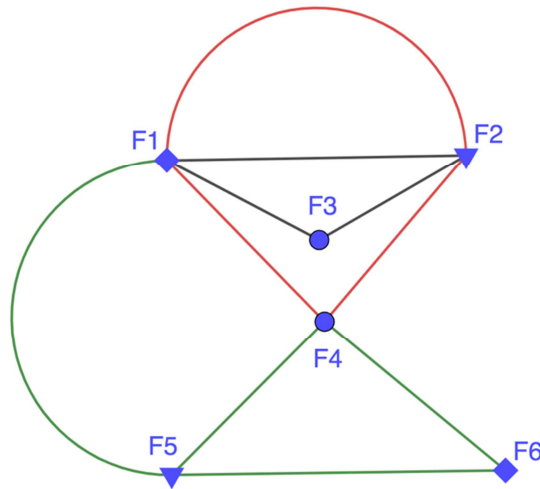
Gaspar: recebe o fogão e 40% da utilização da tenda.

Num ano de 365 dias, 40% corresponde a $0,4 \times 365 = 146$ dias de utilização da tenda, ou seja, o Gaspar já esgotou o tempo anual a que tinha direito e, por isso, não poderá usufruir da tenda durante o festival.

4. Para desenhar o grafo que se ajusta à situação, considera-se que cada vértice representa um festival e cada aresta representa a presença de um amigo nos dois festivais considerados, não podendo assim realizar-se simultaneamente. Os vértices adjacentes estão representados por símbolos diferentes, referindo-se a fins de semana distintos.

Assim, se a Elsa assistiu aos festivais F1, F2 e F3, estes vértices são representados por símbolos distintos e é necessário unir por uma aresta cada par de festivais resultante da seleção da Elsa (arestas a vermelho no grafo).

Nestas condições, o grafo resultante é:



Os pares de festivais com o mesmo símbolo (mesmo fim de semana) são:

- F1 e F6
- F3 e F4
- F2 e F5

Isto significa que podem ter decorrido em simultâneo.

O número mínimo de fins de semana é, então, igual a 3

5. Sabe-se que o valor final da poupança foi o dobro do valor inicial depositado.

Logo, o valor depositado foi $\frac{240}{2} = 120$ €.

Seja x a quantia depositada todos os meses. Então:

$$120 + 16x = 240 \Leftrightarrow 16x = 240 - 120 \Leftrightarrow x = \frac{120}{16} \\ \Leftrightarrow x = 7,5 \text{ €}$$

Como $\frac{7,5}{120} = 0,0625$, conclui-se que a quantia depositada mensalmente corresponde a 6,25% do depósito inicial.

6.

6.1. A altura a que o balão se encontrava no momento em que foi lançado da plataforma corresponde a

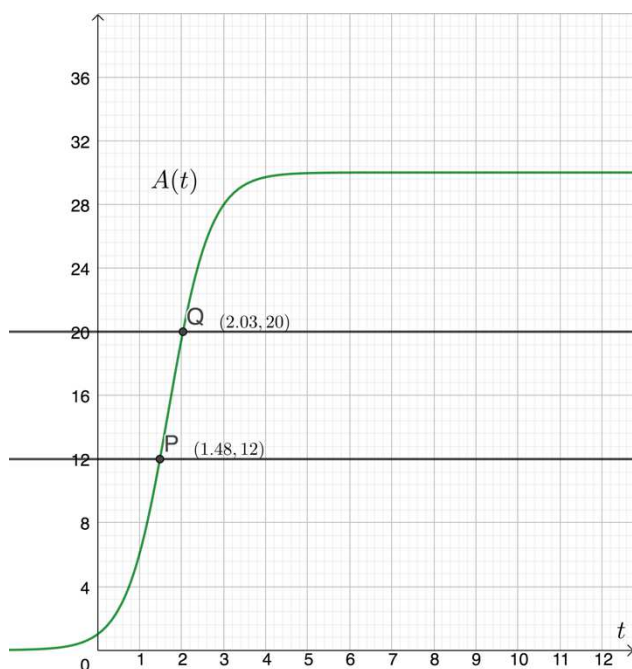
$$A(0) = \frac{30}{1+29 \times e^{-2 \times 0}} = 1. \text{ Ao fim de 1 minuto, a sua altura é dada por } A(1) = \frac{30}{1+29 \times e^{-2 \times 1}} \approx 6,09 \text{ m.}$$

Para determinar quantos metros subiu nesse espaço de tempo calcula-se:

$$A(1) - A(0) = 6,09 - 1 = 5,09$$

O balão subiu, aproximadamente, 5 metros no primeiro minuto.

6.2. Inserindo na calculadora gráfica a função $y = \frac{30}{1+29e^{-2x}}$, as retas $y = 12$ e $y = 20$ e determinando o ponto de interseção de cada uma das retas com a função, obtêm-se os pontos $P(1,48;12)$ e $Q(2,03;20)$:



Calculando a distância entre as abscissas dos pontos, obtém-se $2,03 - 1,48 = 0,55$ min.

Em segundos, $0,55 \times 60 = 33$ segundos.

O lançamento de confetes durou 33 segundos.

7.

7.1. Como o Filipe e o amigo estiveram juntos na fila, eles esperaram o mesmo tempo. Seja t o tempo que o Filipe esperou até à abertura da bilheteira.

O tempo médio das 9 pessoas é dado por:

$$\frac{30 + 24 + 22,5 + 18 + 12 + 8 + 3 + t + t}{9} = 15,5 \Leftrightarrow \frac{117,5 + 2t}{9} = 15,5 \Leftrightarrow t = \frac{9 \times 15,5 - 117,5}{2}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{22}{2}$$

$$\Leftrightarrow t = 11$$

Logo, o Filipe esperou 11 horas até à abertura da bilheteira.

7.2. Da tabela 4, conclui-se que 3 pessoas esperaram menos de 3 horas. Como esse valor corresponde a 0,4% do número total de pessoas que adquiriram o bilhete nesse espaço de tempo, então, observando o gráfico circular, conclui-se que o número total de pessoas, neste intervalo, é dado por $\frac{3}{0,004} = 750$.

Por outro lado, observando o gráfico circular, este número corresponde a 60% do número total de clientes.

Assim, o número total é $\frac{750}{0,6} = 1250$.

A opção correta é a (A).

7.3. Inserindo na calculadora gráfica as listas com os dados apresentados, temos:

L_1	L_2
30	0.5
24	1
22.5	2
18	4
12	8
8	9
3	12

Determinando a equação da reta de regressão linear $y = ax + b$, obtém-se:

$$y = -0,459x + 12,913$$

Uma pessoa que esteve seis horas na fila até à abertura da bilheteira corresponde a considerar $x = 6$.

Pretende-se determinar o respetivo valor de y , ou seja, o tempo que esperou desde a abertura da bilheteira até à aquisição do bilhete:

$$y = -0,459 \times 6 + 12,913 \approx 10 \text{ horas}$$

8.

8.1. Considerem-se os seguintes acontecimentos:

C : “A pessoa assistiu ao primeiro concerto do dia.”

F : “A pessoa assistiu ao fogo de artifício.”

Do enunciado, sabe-se que:

- $P(C) = 0,6$
- $P(C \cap F) = 0,48$
- $P(\bar{F}|\bar{C}) = 0,3$

Pretende-se calcular $P(\bar{F}) = P(C \cap \bar{F}) + P(\bar{C} \cap \bar{F})$.

Começamos por completar o seguinte quadro com os dados do enunciado e efetuando alguns cálculos:

	F	$\bar{F}$	Total
C	$P(C \cap F) = 0,48$	$P(C \cap \bar{F}) = 0,12$	0,6
$\bar{C}$	$P(\bar{C} \cap F) = 0,28$	$P(\bar{C} \cap \bar{F}) = 0,12$	0,4
Total	0,76	0,24	1

- $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,6 = 0,4$
- Sabe-se que $P(\bar{F}|\bar{C}) = 0,3$. Como $P(\bar{F}|\bar{C}) = \frac{P(\bar{C} \cap \bar{F})}{P(\bar{C})}$, resulta que:

$$0,3 = \frac{P(\bar{C} \cap \bar{F})}{0,4} \Leftrightarrow P(\bar{C} \cap \bar{F}) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$$
- $P(\bar{F}) = P(C \cap \bar{F}) + P(\bar{C} \cap \bar{F}) = 0,12 + 0,12 = 0,24$

8.2. Considere-se a variável aleatória:

X : “Consumo de bebidas, em litros, das 60 000 pessoas presentes durante os vários dias do festival”.

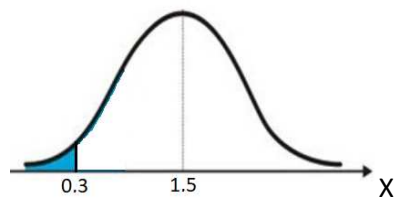
Então, $X \sim N(\mu, \sigma) = N(1,5; 0,4)$.

Pretende-se calcular $P(X \leq 0,3)$.

Notar que $0,3 = 1,5 - 3 \times 0,4 = \mu - 3\sigma$.

Sabe-se que, numa distribuição normal, $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$.

Logo, $P(X \leq 0,3) = 0,5 - \frac{0,9973}{2} = 0,00135$.

Outro processo Pretende-se determinar $P(X \leq 0,3) = 0,5 - P(0,3 \leq X \leq 1,5) =$ $= 0,5 - \text{normalcdf}(0,3,1,5,1,5,0,4)$ $\approx 0,00135$	
---	--

Como estiveram presentes no festival 60 000 pessoas, o número esperado de pessoas que tenham consumido no máximo 0,3 litros de bebida é dado por:

$$0,00135 \times 60000 = 81$$

9. O intervalo de confiança para a proporção é dado por:

$$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

A amplitude deste intervalo é dada por $2 \times z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$.

Neste caso:

- $n = 125 + 250 + 150 + 100 = 625$
- $\hat{p} = \frac{125}{625} = 0,2$

Logo:

$$2z \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{625}} = 0,05264 \Leftrightarrow z = \frac{0,05264}{2 \times \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{625}}} \Leftrightarrow z = \frac{0,05264}{0,032}$$
$$\Leftrightarrow z = 1,645$$

Assim, temos que o nível de confiança associado ao valor $z \approx 1,645$, ou seja, o nível de confiança do intervalo, é de 90%.