

1.

1.1. Aplicando o método descrito, e preenchendo uma tabela para registar a pontuação de cada um dos candidatos, resulta:

Candidatos	Competências/Pontos					TOTAL
	C 5 pontos	N 4 pontos	T 3 pontos	I 2 pontos	P 1 pontos	
Alice	4×5	3×4	3×3	5×2	4×1	55
Bruno	4×5	2×4	3×3	3×2	3×1	46
Carlota	3×5	5×4	5×3	3×2	4×1	60
Delfim	5×5	3×4	3×3	3×2	3×1	55

A Carlota é a candidata que apresenta a maior pontuação (60 pontos), seguida da Alice e do Delfim com igual pontuação (55 pontos) e, por último, o Bruno (46 pontos).

A empresa admitiu dois candidatos, sendo que um deles será a Carlota, pois apresenta a pontuação mais elevada, e o outro terá que ser escolhido de entre a Alice e o Delfim, que obtiveram igual pontuação.

Assim, a empresa terá que realizar entrevistas à Alice e ao Delfim, de forma a poder seleccionar o candidato que vai admitir.

1.2. A probabilidade condicionada $P(A|B)$ representa a probabilidade de A , sabendo que B ocorreu, isto é, a probabilidade de o polígono escolhido ter assinalado o nível 4 na capacidade de comunicação, sabendo que o polígono escolhido tem assinalado, pelo menos, o nível 3 na capacidade de negociação.

Considerando a restrição a B , isto é, aos polígonos que têm assinalado, pelo menos, o nível 3 na capacidade de negociação, temos três casos possíveis (Alice, Carlota e Delfim). Destes três casos, apenas 1 é favorável ao acontecimento A (apenas a Alice tem assinalado o nível 4 na capacidade de comunicação).

Assim, $P(A|B) = \frac{1}{3}$.

A opção correta é a **(B)**.

2. Aplicando o método descrito, resulta:

Funcionários	Célia	Guilherme
Valor global	$1000 + 1500 + a = 2500 + a$	$1400 + 1000 + 550 = 2950 \text{ €}$
Valor justo	1550 €	$\frac{2950}{2} = 1475 \text{ €}$
Determinação do valor a da viagem Z	$\frac{2500 + a}{2} = 1550 \Leftrightarrow 2500 + a = 3100$ $\Leftrightarrow a = 3100 - 2500$ $\Leftrightarrow a = 600$	
Distribuição das viagens	Y (1500 €) Z (600 €)	X (1400 €)
Valor das viagens	2100 €	1400 €
Ajuste	$1550 - 2100 = -550 \text{ €}$	$1475 - 1400 = 75 \text{ €}$

De acordo com o ajuste, a Célia tem que disponibilizar 550 €, que servirão para pagar os 75 € que o Guilherme tem que receber.

Sobram $550 - 75 = 475 \text{ €}$ que serão divididos igualmente pelos dois funcionários.

$$475 \div 2 = 237,5 \text{ €}$$

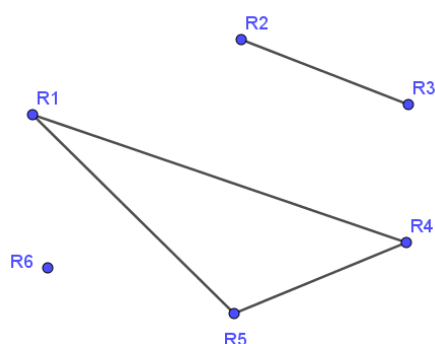
Conclusão:

A Célia ficou com as viagens Y e Z e disponibilizou 312,5 € ($550 - 237,5 = 312,5$).

O Guilherme ficou com a viagem X e recebeu 312,5 € ($75 + 237,5 = 312,5$).

3. Para a construção do grafo, associamos aos vértices cada uma das reuniões e as arestas representam a realização simultânea de reuniões tendo em conta as pessoas que nela participam.

Tendo em conta que, se um mesmo funcionário está inscrito em duas reuniões, não se considera a aresta que une os vértices das referidas reuniões, resulta:



Observando o grafo, podemos concluir que as reuniões R1, R4 e R5 se podem realizar em simultâneo, assim como as reuniões R2 e R3. A reunião R6 não se pode realizar em simultâneo com qualquer outra reunião.

Podemos formar três blocos de reuniões, a saber:

R1, R4 e R5
R2 e R3
R6

Como cada reunião tem a duração mínima de 90 minutos, obtemos um total de 270 minutos ($3 \times 90 = 270$). Em horas, a duração mínima é de 4,5 horas ($270 \div 60 = 4,5$).

4. O valor do empréstimo é 1530 €.

Considerando a proposta inicial, o valor de cada prestação mensal é 90,95 € ($85 + 5,95$), pois $1530 \div 18 = 85$ €, acrescido do valor do juro a uma taxa de 7% resulta $85 \times 0,07 = 5,95$ €.

O Manuel já pagou 12 prestações, ou seja:

	Valor	Juro	Total
12 prestações	$12 \times 85 = 1020$	$12 \times 5,95 = 71,4$	1091,40 €

Valor total – Valor do empréstimo = Valor do juro dos 12 meses + Valor do juro dos 6 meses

$$\Leftrightarrow 1644,75 - 1530 = 71,4 + \text{Valor do juro dos 6 meses}$$

$$\Leftrightarrow \text{Valor do juro dos 6 meses} = 1644,75 - 1530 - 71,4$$

$$\Leftrightarrow \text{Valor do juro dos 6 meses} = 43,35$$

Como 43,35 corresponde ao valor do juro de 6 prestações, então o valor do juro de cada prestação é $43,35 \div 6 = 7,225$ €.

O valor de cada prestação será 85 € + 7,225 € de juro.

Em percentagem, e usando a regra de três simples, resulta:

$$85 \text{ €} \text{-----} 100\%$$

$$7,225 \text{ €} \text{-----} x$$

$$x = \frac{7,225 \times 100}{85} \Leftrightarrow x = 8,5\%$$

A nova taxa é de 8,5%.

5.

5.1. O valor da percentagem de aumento resulta do quociente $\frac{A(2)-A(0)}{A(0)}$, onde:

$$A(0) = 30 + 10 \ln(0^3 + 1) = 30$$

$$A(2) = 30 + 10 \ln(2^3 + 1) = 51,972$$

$$\frac{A(2) - A(0)}{A(0)} = \frac{51,972 - 30}{30} \approx 0,732$$

Este valor, arredondado às unidades, corresponde a 73%.

5.2. Aos 12 meses o número, em centenas, de plantas da:

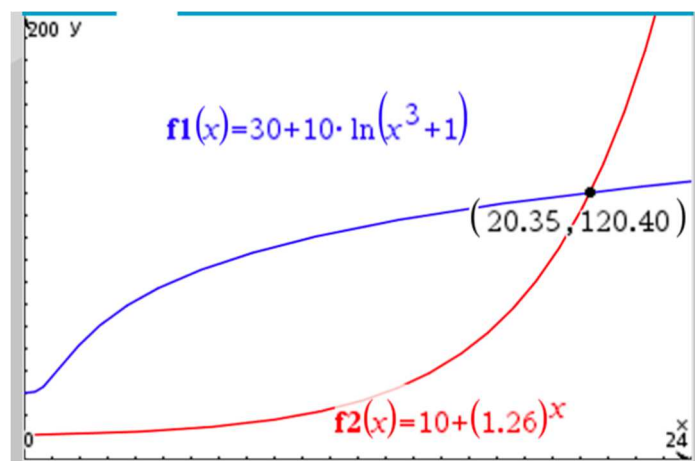
Espécie A é $A(12) = 30 + 10 \ln(12^3 + 1) \approx 104,55$

Espécie B é $B(12) = 10 + 1,26^{12} \approx 26,01$

$$\frac{A(12)}{B(12)} = \frac{104,55}{26,01} \approx 4$$

A opção correta é a **(B)**.

5.3. Representando na calculadora gráfica os modelos correspondentes às duas espécies de plantas, obtém-se o seguinte gráfico:



Determinando o ponto de interseção dos respetivos gráficos, $I(20,35; 120,4)$, conclui-se que o número de plantas da espécie A será igual ao número de plantas da espécie B ao fim de 20,35 meses. Este valor corresponde a $30 \times 20,35 \approx 611$ dias.

6. Total de viagens vendidas no 3.º trimestre de 2021 = 500

48% de 500 será $0,48 \times 500 = 240$ viagens em agosto.

$240 : 2 = 120$ viagens vendidas em julho.

$500 - 240 - 120 = 140$ viagens vendidas em setembro.

75% de 140 será $0,75 \times 140 = 105$ viagens vendidas, no mês de setembro, para um destino internacional.

7. Por observação do diagrama de dispersão, o declive (coeficiente do termo em x) da reta de regressão tem que ser positivo e o valor de r tem que ser positivo (associação linear positiva).

Assim, a opção correta é a **(D)**.

8. No dia 3 de janeiro de 2015, a média de idades dos funcionários será $31,5 - 3 = 28,5$ anos.

Para determinar o valor de b , podemos escrever:

$$\begin{aligned} \frac{1 \times 20 + 3 \times 22 + 2 \times 26 + b \times 31 + 2 \times 40}{(1 + 3 + 2 + b + 2)} &= 28,5 \Leftrightarrow \frac{218 + 31b}{b + 8} = 28,5 \\ \Leftrightarrow \frac{218 + 31b}{b + 8} &= \frac{285}{10} \\ \Leftrightarrow 10(218 + 31b) &= 285(b + 8) \\ \Leftrightarrow 2180 + 310b &= 285b + 2280 \\ \Leftrightarrow 310b - 285b &= 2280 - 2180 \\ \Leftrightarrow 25b &= 100 \\ \Leftrightarrow b &= \frac{100}{25} \\ \Leftrightarrow b &= 4 \end{aligned}$$

9.

9.1. Considerem-se os seguintes acontecimentos:

I : “Comprou viagem na agência Ir&Voltar.”

V : “Comprou viagem na agência Vá&Volte.”

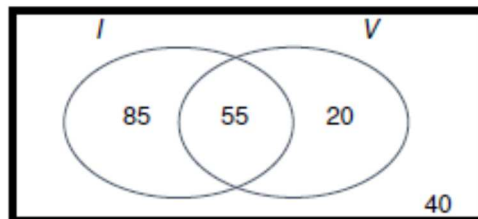
E ainda que:

$$\# V = 75 \quad 75 + 140 = 215$$

$$\# I = 140 \quad 200 - 40 = 160$$

$$\# (\bar{V} \cap \bar{I}) = 40 \quad 215 - 160 = 55$$

Podemos construir o seguinte diagrama:



A probabilidade pedida é:

$$p = \frac{55}{200} = 0,275$$

9.2. Considerem-se os acontecimentos:

C : “Fez um cruzeiro.”

I : “Comprou viagens na Ir&Voltar”

Sabemos que:

- $P(\bar{C}) = 0,35$
- $P(\bar{C}|I) = 0,70$
- $P(I) = \frac{140}{200} = 0,7$
- $P(\bar{I}) = 1 - 0,7 = 0,3$

Considerando:

$$P(\bar{C}|\bar{I}) = \frac{P(\bar{C} \cap \bar{I})}{P(\bar{I})} \Leftrightarrow 0,7 = \frac{P(\bar{C} \cap \bar{I})}{0,3} \Leftrightarrow P(\bar{C} \cap \bar{I}) = 0,7 \times 0,3 = 0,21$$

podemos construir a seguinte tabela:

	C	$\bar{C}$	Total
I	$0,7 - 0,4 = 0,3$	$0,35 - 0,21 = 0,14$	0,7
$\bar{I}$	$0,3 - 0,21 = 0,09$	$P(\bar{C} \cap \bar{I}) = 0,21$	0,3
Total	$1 - 0,35 = 0,65$	0,35	1

A probabilidade de uma das pessoas questionadas, escolhida ao acaso, ter comprado viagens na agência Ir&Voltar, sabendo que não fez um cruzeiro, é:

$$P(I|\bar{C}) = \frac{P(I \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{0,14}{0,35} = 0,4$$

10. A dimensão da amostra é $n = 125 + 400 + 100 = 625$.

A proporção de clientes da agência Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito é:

$$\hat{p} = \frac{400}{625} = 0,64$$

A amplitude de um intervalo de confiança é $2z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,075264$.

Substituindo os valores, resulta:

$$2z \sqrt{\frac{0,64(1-0,64)}{625}} = 0,075264 \Leftrightarrow z = \frac{0,075264}{2\sqrt{\frac{0,64(1-0,64)}{625}}} \Leftrightarrow z \approx 1,96$$

Consultando a tabela, 95% é o nível de confiança do intervalo.