

1. Número total de inscritos = 105

Número de elementos da comissão = 15

Aplicando o método descrito, resulta:

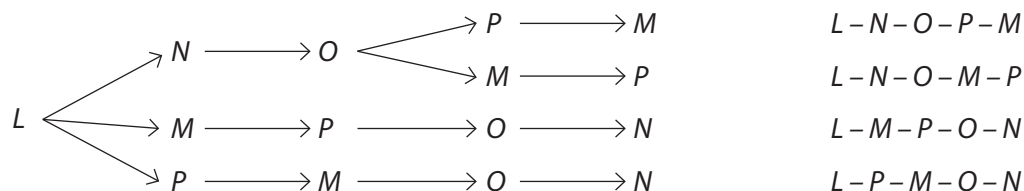
$$\text{Divisor Padrão} = \frac{105}{15} = 7$$

Zona	Nº de pessoas inscritas	Quota Padrão	L	$\sqrt{L(L+1)}$	Quota modificada (Nº de lugares)
Norte	$4 \times 10 = 40$	$40 \div 7 \approx 5,7$	5	$\sqrt{5 \times 6} \approx 5,5$	$5 + 1 = 6$
Centro	$3,5 \times 10 = 35$	$35 \div 7 = 5$ (nº inteiro)	—	—	5
Sul	$3 \times 10 = 30$	$30 \div 7 \approx 4,3$	4	$\sqrt{4 \times 5} \approx 4,5$	4
TOTAL					15

A comissão deverá ser constituída por 6 moradores da Zona Norte, 5 moradores da Zona Centro e 4 moradores da Zona Sul.

2.

2.1. Construindo uma árvore com todos os percursos possíveis, temos:



O texto fica:

O presidente da junta de freguesia verificou que existem **4** percursos possíveis, mas se quiser visitar o expositor **N** depois de visitar o expositor **O**, apenas existe(m) **2** percurso(s) possível(is).

Verificou também que não poderia visitar o expositor **M** imediatamente a seguir ao expositor **N** e que, imediatamente a seguir a visitar o expositor **N**, poderia visitar o expositor **O**.

Assim, as respostas são:

I – c) Há 4 percursos possíveis.

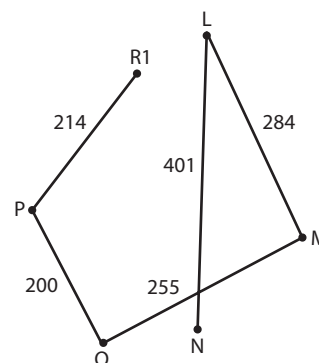
II – b) Há 2 percursos onde o expositor **N** se visita após o expositor **O**.

III – a) Não é possível visitar o expositor **M** a seguir ao expositor **N**, pois não há qualquer aresta que os una.

IV – b) Imediatamente após visitar o expositor **N** poderá visitar o expositor **O**, pois há apenas a aresta para **O**.

- 2.2. Iniciando a verificação em R1 e selecionando, na tabela, o expositor ainda não selecionado que se encontra mais próximo, obtemos, por exemplo, o grafo ponderado ao lado:

R1 – P: 214 m
P – O: 200 m
O – M: 255 m
M – L: 284 m
L – N: 401 m
TOTAL: 1354 m



O percurso que o Rui deve fazer é R1 – P – O – M – L – N com 1354 metros.

3. Considerando que:

$$SB = 1500 \text{ €}$$

$$SR = 22 \times 5,2 = 114,40 \text{ €}$$

$$SS = 1500 \times 0,11 = 165 \text{ €}$$

RF = $1500 \times 0,146 = 219 \text{ €}$ (da leitura da tabela 2, para dois dependentes e com um salário bruto no intervalo]1437,00; 1577,00] está associada uma taxa de 14,6%).

O salário líquido terá o valor de:

$$SL = 1500 + 114,40 - 165 - 219 = 1230,40 \text{ €}$$

4. Aplicando o método descrito e considerando as etapas da tabela apresentada, temos:

	Augusto	Joaquim
Atribuição temporária dos prémios	X e Z	Y
Total de pontos	$32 + 30 = 62$	51
Diferença	X: $32 - 24 = 8$; Y: $51 - 38 = 13$; Z: $30 - 25 = 5$	
Designação do amigo	A	B
Prémio a partilhar	Z	
Total final de pontos a atribuir	$62 - \frac{x}{100} \times 30$	$51 + \frac{x}{100} \times 25$

Igualando o total de pontos de cada amigo, resulta a equação:

$$62 - \frac{x}{100} \times 30 = 51 + \frac{x}{100} \times 25 \Leftrightarrow 62 - 0,30x = 51 + 0,25x \Leftrightarrow -0,30x - 0,25x = 51 - 62$$

$$\Leftrightarrow -0,55x = -11$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-11}{-0,55}$$

$$\Leftrightarrow x = 20$$

Logo, a partilha dos prémios será:

Augusto: Recebe o prémio X e mais 80% (100% – 20%) do prémio Z.

Joaquim: Recebe o prémio Y e mais 20% do prémio Z.

Assim, o texto fica:

O prémio temporariamente destinado ao Joaquim foi o prémio **Y**, sendo o total de pontos dos prémios temporariamente destinados ao Augusto igual a **62**. O prémio a utilizar no ajuste da partilha é o prémio **Z**. Na partilha final dos prémios, o Augusto terá direito a **80%** desse prémio.

Assim, as respostas são:

I – **b)** Y

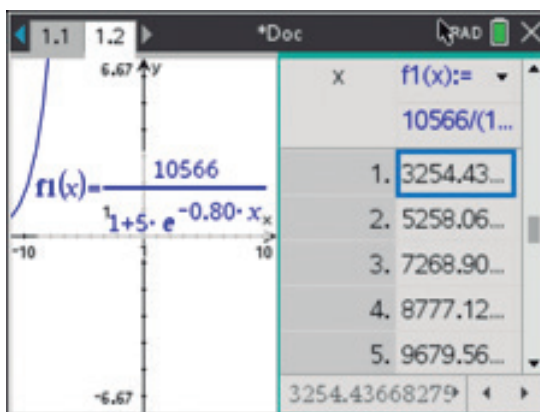
II – **b)** 62

III – **c)** Z

I – **c)** 80%

5.

5.1. Preenchendo a tabela, e considerando $t = 1$ para 1980 (uma década após 1970); $t = 2$ para 1990 (duas décadas após 1970) e, assim, sucessivamente e, introduzindo os valores na calculadora, obtém-se o seguinte gráfico:

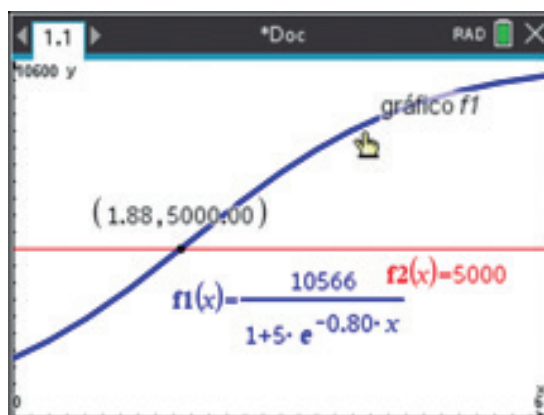


Considerando agora cada uma das opções:

Opção	Crescimento da população
(A) Do início de 1980 ao início de 1990.	$5258,1 - 3254,4 = 2003,7$
(B) Do início de 1990 ao início de 2000.	$7268,9 - 5258,1 = 2010,8$
(C) Do início de 2000 ao início de 2010.	$8777,1 - 7268,9 = 1508,2$
(D) Do início de 2010 ao início de 2020.	$9679,6 - 8777,1 = 902,5$

A opção correta é a **(B)**.

- 5.2.** Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora gráfica, e representando graficamente as funções $f_1(x) = \frac{10\,566}{1 + 5e^{-0.8x}}$ e $f_2(x) = 5000$, resulta o gráfico apresentado. A interseção dos dois gráficos é o ponto de coordenadas (1,88; 5000).



Como $1 < 1,88 < 2$, conclui-se que a ampliação do centro de saúde de Avelares ocorreu entre a uma e duas décadas após o início de 1970, ou seja, entre 1980 e 1990 – na década de 80, mais precisamente, em 1988.

- 5.3.** Como, em 1970, as localidades tinham o mesmo número de habitantes, vem que:

$$B(0) = A(0) \Leftrightarrow \frac{a}{1 + 4e^0} = \frac{10\,566}{1 + 5e^0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{5} = \frac{10\,566}{6}$$

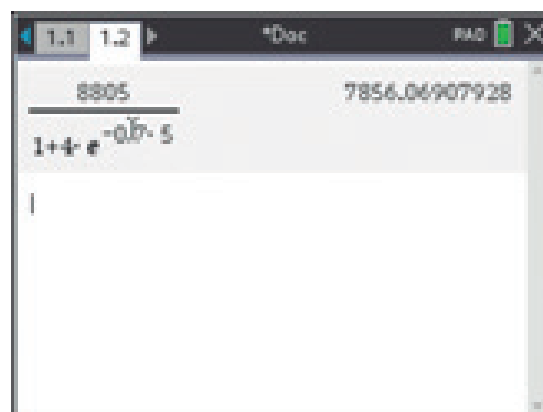
$$\Leftrightarrow a = 5 \times 1761$$

$$\Leftrightarrow a = 8805$$

$$\text{Então, } B(t) = \frac{8805}{1 + 4e^{-0,7t}}$$

A população, em 2020, corresponde a $t = 5$ (5 décadas após 1970), isto é,

$$B(5) = \frac{8805}{1 + 4e^{-0,7 \times 5}} \approx 7856 \text{ habitantes.}$$



- 6.** Para resolver esse problema, podemos usar uma tabela de contingência e a fórmula de probabilidade condicionada.

Primeiro, vamos preencher a tabela de contingência com as informações fornecidas.

Sabemos que:

- num conjunto de 200 rifas, 120 são verdes;
- um quarto das rifas verdes são premiadas, ou seja, $\frac{120}{4} = 30$ rifas;
- das rifas premiadas, há tantas verdes quantas as que não são verdes.

	Verdes (V)	Não verdes ($\bar{V}$)	Total
Premiadas (P)	30	30	
Não premiadas ($\bar{P}$)		0	
Total	120		200

Podemos, agora, completar facilmente os outros campos:

	Verdes (V)	Não verdes ($\bar{V}$)	Total
Premiadas (G)	30	30	60
Não premiadas ($\bar{G}$)	$120 - 30 = 90$	$140 - 90 = 50$	$200 - 60 = 140$
Total	120	80	200

(Nota: podes optar por preencher apenas os campos a considerar na probabilidade condicionada.)

A probabilidade pedida é:

$$P(\bar{G} | \bar{V}) = \frac{P(\bar{G} \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{\frac{50}{200}}{\frac{80}{200}} = \frac{50}{80} = \frac{5}{8} = 0,625$$

7. Seja X a variável: "Tempo que cada cliente aguarda até ser atendido."

Sabemos que esta variável segue uma distribuição normal de $\mu = 15$, isto é, $X \sim N(15, \sigma)$.

De acordo com o enunciado, e considerando os valores de referência (no formulário), temos:

$$P(7 < X < 23) = 0,9545 \text{ e } P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0,9545, \text{ ou seja,}$$

$$15 - 2\sigma = 7 \Leftrightarrow -2\sigma = 7 - 15 \Leftrightarrow -2\sigma = -8 \Leftrightarrow \sigma = 4$$

Assim, $X \sim N(15, 4)$.

Usando a calculadora gráfica, facilmente determinamos o que pretendemos:

$$P(11 < X < 15) = \text{normalcdf}(11, 15, 15, 4) \approx 0,34135$$

Nesse dia, é de esperar que 529 clientes aguardem entre 11 e 15 minutos até serem atendidos ($1550 \times 0,34135 \approx 529$).

8.

- 8.1 Analisando a tabela 4, relativamente à variação da temperatura máxima em relação ao dia anterior, temos:

Dia	Variação (°C)
Segunda (dia 8)	$23 - 26 = -3$
Terça (dia 9)	$28 - 23 = 5$
Quarta (dia 10)	$29 - 28 = 1$
Quinta (dia 11)	$29 - 29 = 0$
Sexta (dia 12)	$28 - 29 = -1$
Sábado (dia 13)	$26 - 28 = -2$

Observando os gráficos e os valores da variação apresentados atrás, conclui-se que a opção correta é a (D).

8.2. Inserindo na calculadora gráfica, em três listas distintas, os dados da tabela 4, tem-se:

L1 – Valores da temperatura mínima.

L2 – Valores da temperatura máxima.

L3 – Valores da precipitação acumulada diária.

L ₁	L ₂	L ₃
15	26	1
15	23	0,5
16	28	0,1
16	29	0,2
15	29	0
15	28	0,3
14	26	3

De seguida, vamos calcular, para cada variável, os valores relativos à média, à mediana, ao 1º quartil, ao desvio padrão e ao máximo e ao mínimo:

	Média	Mediana	1º quartil	Desvio padrão	Amplitude
Temperatura mínima	15,29	15	15	0,70	2
Temperatura máxima	27	28	26	2	6
Precipitação acumulada diária	0,73	0,3	0,1	0,98	3

Coluna I	Coluna II
(a) Dados da temperatura mínima	(2) O conjunto dos dados é o que apresenta o primeiro quartil igual à mediana. (5) O conjunto dos dados é o que apresenta menor dispersão em relação à média. ($\sigma \approx 0,70$ – menor desvio padrão)
(b) Dados da temperatura máxima	(1) O conjunto dos dados é o que apresenta média inferior à mediana. ($\bar{x} = 27$ e $Med = Q2 = 28$) (6) A amplitude dos dados é igual a 6. (amplitude = $29 - 23 = 6$)
(c) Dados da precipitação acumulada diária	(3) O Num par de dias consecutivos, são os únicos dados que apresentam um valor decrescente, enquanto os outros apresentam um valor crescente. (De segunda para terça, os valores da precipitação diminuíram e as temperaturas mínima e máxima aumentaram.) (4) O conjunto dos dados é amodal. (Não existe moda, pois não existe nenhum valor da precipitação que se repita.) (7) A percentagem dos dados acima da sua média é inferior a 30%. ($\bar{x} = 0,73$ mm. Verifica-se que existem 2 registos acima da média, logo $2 \times \frac{100}{7} \approx 28,6\%$, que é inferior a 30%).

8.3. Seja x a descida, em graus Celcius, da temperatura máxima.

Calculando as somas das temperaturas registadas, obtemos:

- Soma das temperaturas máximas registadas na primeira semana:

$$26 + 23 + 28 + 29 + 29 + 28 + 26 = 189$$

- Soma das temperaturas máximas registadas na segunda semana: $189 - 7x$

$$(26 - x) + (23 - x) + (28 - x) + (29 - x) + (29 - x) + (28 - x) + (26 - x) = 189 - 7x$$

Assim, a equação para calcular o valor de x , que representa a descida da temperatura máxima registada entre os dias 7 e 14, é:

$$\begin{aligned}\frac{189 + (189 - 7x)}{14} &= 25,5 \Leftrightarrow 378 - 7x = 25,5 \times 14 \Leftrightarrow 378 - 7x = 357 \\ &\Leftrightarrow -7x = 357 - 378 \\ &\Leftrightarrow -7x = -21 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-21}{-7} \\ &\Leftrightarrow x = 3\end{aligned}$$

A temperatura máxima desceu 3 °C.

9. A afluência à Festa da Freguesia foi de $90 + 420 + 210 + 180 = 900$ visitantes.

Como a dimensão da amostra é superior a 30 ($n = 900$), podemos determinar o intervalo de confiança para a proporção de visitantes da Festa da Freguesia que a visitaram pela primeira vez em 2022, onde:

- a dimensão da amostra é $n = 900$;
- a proporção amostral é $\hat{p} = \frac{90}{900} = 0,1$;
- para um nível de confiança de 90%, temos $z = 1,645$.

O intervalo de confiança a 90% para a proporção de visitantes da Festa da Freguesia que a visitaram pela primeira vez em 2022 é:

$$\begin{aligned}\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] &= \left[0,1 - 1,645 \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{900}}; 0,1 + 1,645 \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{900}} \right] \\ &\approx]0,08; 0,12[\end{aligned}$$