

1. Considerando os pontos apresentados na tabela 1, a soma das pontuações para cada castelo será:

Castelo	A	L	M	V	Total
Pontuação	11	10	8	11	40

Como não há maioria absoluta, isto é, um castelo com pelo menos 21 pontos, **elimina-se o castelo M, pois é o menos pontuado.**

A pontuação do castelo M passará para o castelo mais pontuado, resultando a seguinte pontuação:

Castelo	A	L	V
Carlos	0	5 + 2	3
Diana	3 + 4	1	2
Fausto	5	3	2
Matilde	3	1	4 + 2
Pontuação	15	12	13

Como não há maioria absoluta, **elimina-se o castelo L.**

A pontuação do castelo L passa para o castelo mais pontuado, resultando:

Castelo	A	V
Carlos	0	3 + 7
Diana	7 + 1	2
Fausto	5 + 3	2
Matilde	3	6 + 1
Pontuação	<u>19</u>	21

O vencedor é o **castelo V** em Viana do Castelo.

Assim, a correspondência será:

I – b) M II – a) L III – c) V IV – b) 19

2. Divisor Padrão: $\frac{350+150+300}{200} = \frac{800}{200} = 4$

Estabelecimentos	A	B	C	
Quota Padrão	$\frac{350}{4} = 87,5$	$\frac{150}{4} = 37,5$	$\frac{300}{4} = 75$	
Distribuição (Parte inteira)	87	37	75	Total: 199 Falta distribuir um porta-chaves.
Distribuição Final	87	37 + 1 = 38	75	Empate na parte decimal entre A e B, logo atribui-se o porta-chaves ao estabelecimento com a menor parte inteira.

A distribuição será:

Estabelecimento A: 87 porta-chaves

Estabelecimento B: 38 porta-chaves

Estabelecimento C: 75 porta-chaves

3. Por observação da figura 1, os impostos a selecionar são:
- 2,3% do PV corresponde ao IVA sobre a margem de comercialização;
 - 16,4% do PV corresponde ao IVA sobre o preço de referência;
 - 36,75% do PV corresponde ao ISP.

Para determinar o número de litros que a família Silva necessita para a sua viagem, basta estabelecer a seguinte regra de três simples:

100 km ----- 4,8 ℓ
3125 km ----- x

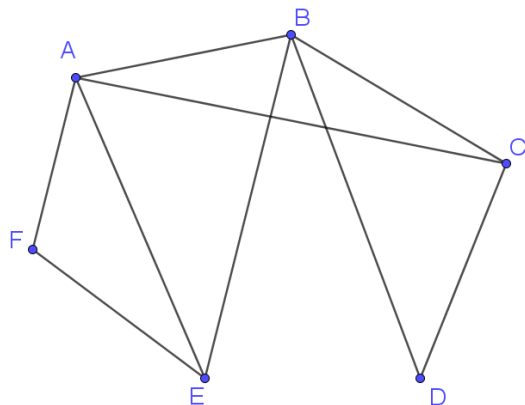
$$x = \frac{3125 \times 4,8}{100} = 150 \ell$$

Assim, podemos determinar o valor, em euros, da parte destinada a impostos, recorrendo a um dos seguintes processos:

1.º Processo		2.º Processo
Valor total gasto: $150 \times 1,77 = 265,50 \text{ €}$ Percentagem destinada ao imposto: $2,3 + 16,4 + 36,7 = 55,4\%$ Valor destinado ao imposto: $265,50 \times 0,554 = 147,09 \text{ €}$	ou	Valor de 2,3% do PV: $1,77 \times 0,023 = 0,04071 \text{ €}$ Valor de 16,4% do PV: $1,77 \times 0,164 = 0,292028 \text{ €}$ Valor de 36,7% do PV: $1,77 \times 0,367 = 0,64959 \text{ €}$ Valor total de imposto por litro: $0,04071 + 0,292028 + 0,64959 = 0,98058$ Valor destinado ao imposto: $150 \times 0,98058 = 147,087 \approx 147,09$

A parte destinada a imposto que a família Silva pagou foi de 147, 09 euros.

4. O grafo abaixo será semelhante ao grafo que o Manuel construiu, pois cada vértice representa uma das letras usadas no jogo e cada aresta está associada a uma peça.
- Apesar de o grafo ser conexo, existem vértices de grau ímpar (grau 3) – C e E –, pelo que não é possível atingir o objetivo do jogo.
- Para completar o jogo, basta eulerizar o grafo, ou seja, acrescentar a aresta CE.
- A peça em falta deverá ter inscritas nas extremidades as letras C e E.



5.

5.1. $A(t)$ representa o número de árvores, em milhares, decorridos t anos após o 1 de janeiro de 2002.

$A(7)$ representa o número de árvores, em milhares, decorridos 7 anos após o 1 de janeiro de 2002, isto é, em 1 de janeiro de 2009.

$A(5)$ representa o número de árvores, em milhares, decorridos 5 anos após o 1 de janeiro de 2002, isto é, em 1 de janeiro de 2007.

Assim, a expressão $A(7) - A(5)$ representa o aumento do número de árvores entre 1 de janeiro de 2009 e 1 de janeiro de 2007.

Esse aumento foi superior a 10 milhares, isto é, 10 000.

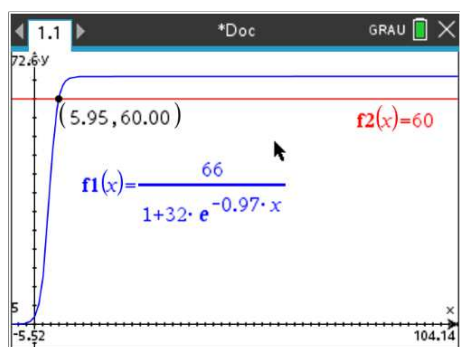
A opção correta é a **(B)**.

5.2. Para 1 de janeiro de 2002, o número de árvores será determinado por:

$$A(0) = \frac{66}{1+32e^{-0,97 \times 0}} = \frac{66}{33} = 2 \text{ milhares}$$

$$30 \times A(0) = 30 \times 2 = 60 \text{ milhares}$$

Considerando na calculadora gráfica $f_1(x) = A(x)$ e $f_2(x) = 60$, resulta:



A interseção corresponde a $t \approx 5,95$, isto é, o número de árvores foi trinta vezes superior ao número de árvores de 1 de janeiro de 2002, no final do ano de 2007. Como a informação é divulgada, pela primeira vez, a 1 de janeiro, será em 2008 que a informação é divulgada.

5.3.

- Para 1 de janeiro de 2011 ($t = 9$), o número de árvores era de:

$$A(9) = \frac{66}{1+32e^{-0,97 \times 9}} \approx 65,660 \text{ milhares} = 65\,660 \text{ árvores}$$

- Para 1 de janeiro de 2012 ($t = 10$), o número de árvores era de:

$$A(10) = \frac{66}{1+32e^{-0,97 \times 10}} \approx 65,871 \text{ milhares} = 65\,871 \text{ árvores.}$$

- O aumento do número de árvores, de 1 de janeiro de 2011 a 1 de janeiro de 2012, foi de:

$$65\,871 - 65\,660 = 211 \text{ árvores}$$

- Durante um ano há um aumento do número de árvores, devido a fatores naturais, de 0,21%, ou seja, $65\,660 \times 0,0021 = 138$ árvores.

Assim, o número de árvores plantadas corresponde à diferença $211 - 138 = 73$ árvores.

A opção correta é a **(A)**.

6. Organizando os dados numa tabela de frequências, resulta:

Classes	Frequência absoluta simples	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
[0, 10[	29	$z = 5$	$z = 5$
[10, 20[	116	$25 - 5 = 20$	25
[20, 30[	$0,15 \times 580 = 87$	$40 - 25 = 15$	40
[30, 40[	232*	$\frac{232}{580} \times 100 = 40$	$x = 40 + 40 = 80$
[40, 50[	58	$100 - 90 = 10$	90
[50, 60[	$y = 58$	10	100
Total	580	100	

- $29 + 116 = 145$

145 de frequência absoluta corresponde a 25% de frequência relativa. Logo

145 ----- 25%

29 ----- z $z = \frac{29 \times 25}{145} = 5\%$

- $y = 2 \times 29 = 58$

- 29 ----- 5%

a ----- 100% $a = \frac{29 \times 100}{5} = 580$

- $580 - 29 - 116 - 87 - 58 - 58 = 232^*$

Assim, a correspondência será:

I – a) 15% II – a) 5 III – b) 80 IV – c) 58

7.

7.1. A tabela de frequências para os 400 condutores será:

Classes	Frequência absoluta simples	Frequência relativa simples
[18, 28[	$25 + 40 + 10 = 75$	$\frac{75}{400} \approx 0,1875 = 18,75\%$
[28, 38[	$100 + 30 + 20 = 150$	$\frac{150}{400} \approx 0,3750 = 37,50\%$
[38, 48[	$50 + 30 + 30 = 110$	$\frac{110}{400} \approx 0,2750 = 27,50\%$
[48, 58[	$25 + 20 + 20 = 65$	$\frac{65}{400} \approx 0,1625 = 16,25\%$
Total	400	100%

7.2. Considerando as informações das figuras 5 e 6, resulta:

(1)

Tipo de veículo conduzido	Ligeiro	Motociclo	Autocaravanas
Número de condutores	200	120	80

(2), (3) e (4)

Classes	Ligeiro	Motociclo	Autocaravanas
$]0, 1]$	$0,3 \times 200 = 60$	$0,3 \times 120 = 36$	$0,1 \times 80 = 8$
$]1, 2]$	$0,4 \times 200 = 80$	$0,6 \times 120 = 72$	$0,3 \times 80 = 24$
$]2, 3]$	$0, \times 200 = 60$	$0,1 \times 120 = 12$	$0,6 \times 80 = 48$
Total	200	120	80

(5)

Tipo de veículo conduzido	Ligeiro	Motociclo	Autocaravanas
Classe modal (Idade)	$[28, 38[$	$[18, 28[$	$[38, 48[$

(6)

Tipo de veículo conduzido	Ligeiro	Motociclo	Autocaravanas
Localização do 1.º quartil	$200:4 = 50$	$120:4 = 30$	$80:4 = 20$

Classe	Frequência absoluta acumulada		
$]0, 1]$	60	36	8
$]1, 2]$	140	108	32
$]2, 3]$	200	120	80

(7)

Tipo de veículo conduzido	Ligeiro	Motociclo	Autocaravanas
Localização da mediana	$200:2 = 100$	$120:2 = 60$	$80:2 = 40$

Classe	Frequência absoluta acumulada		
$[18, 28[$	25	40	10
$[28, 38[$	125	70	30
$[38, 48[$	175	100	60
$[48, 58[$	200	120	80

Assim, a correspondência será:

a) – (1) b) – (2), (4), (5) c) – (3), (6), (7)

8.

8.1. As matrículas a considerar têm a parte numérica fixa – 78.

O Manuel pretende determinar a probabilidade de obter **uma matrícula com apenas uma vogal, que não se pode repetir.**

No conjunto $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$ existem **3 vogais** disponíveis e as restantes 7 letras são consoantes, que se podem repetir, isto é, existem $7 \times 7 \times 7 = 7^3$ **formas de escolher as restantes letras.** Das 3 vogais, o Manuel escolhe uma que irá ocupar um dos 4 lugares.

Assim:

Número de casos favoráveis: $3 \times 7 \times 7 \times 7 \times 4 = 3 \times 7^3 \times 4$, isto é, **o quádruplo do produto 3×7^3 .**

Número de casos possíveis $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

Assim, a correspondência será:

I – b) 3 II – b) 7^3 III – c) quádruplo IV – b) 10^4

8.2. As matrículas a considerar serão da seguinte forma:

A		7	8		A
---	--	---	---	--	---

As letras em falta têm de ser diferentes de A e diferentes entre si. Logo, para o primeiro espaço, existem 9 possibilidades e, para o segundo espaço, existem 8 possibilidades, sendo $9 \times 8 = 72$ o número de matrículas possíveis.

A afirmação correta é a **(B)**.

9. Considerando os acontecimentos:

C: "O aluno tem carta de condução."

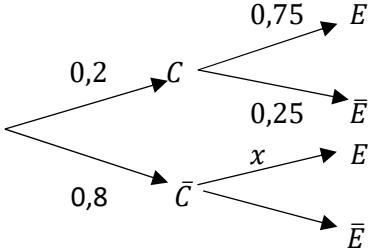
E: "O aluno gostaria de percorrer a EN2."

Do enunciado, sabe-se que:

- $P(C) = 0,2$
- $P(\bar{C}) = 0,8$
- $P(E|C) = 0,75$
- $P(\bar{E}|C) = 0,25$
- $P(E) = 0,5$

A probabilidade pedida é $P(\bar{C}|E) = \frac{P(\bar{C} \cap E)}{P(E)}$.

Podemos organizar os dados usando dois processos:

1.º Processo	2.º Processo																
Usando uma tabela: <table><tr><td></td><td>E</td><td>$\bar{E}$</td><td>Total</td></tr><tr><td>C</td><td>0,15</td><td></td><td>0,2</td></tr><tr><td>$\bar{C}$</td><td>0,35</td><td></td><td>0,8</td></tr><tr><td>Total</td><td>0,5</td><td></td><td>1</td></tr></table> $P(E C) = 0,75 \Leftrightarrow \frac{P(E \cap C)}{P(C)} = 0,75$ $\Leftrightarrow \frac{P(E \cap C)}{0,2} = 0,75$ $\Leftrightarrow P(E \cap C) = 0,75 \times 0,2$ $\Leftrightarrow P(E \cap C) = 0,15$ $P(E \cap \bar{C}) = 0,5 - 0,15 = 0,35$ Assim: $P(\bar{C} E) = \frac{P(\bar{C} \cap E)}{P(E)} = \frac{0,35}{0,5} = 0,7$		E	$\bar{E}$	Total	C	0,15		0,2	$\bar{C}$	0,35		0,8	Total	0,5		1	Usando um diagrama em árvore:  $P(E) = P(C \cap E) + P(\bar{C} \cap E)$ $\Leftrightarrow 0,5 = 0,2 \times 0,75 + 0,8 \times x$ $\Leftrightarrow 0,5 = 0,15 + 0,8x$ $\Leftrightarrow 0,8x = 0,5 - 0,15$ $\Leftrightarrow x = \frac{0,35}{0,8}$ $\Leftrightarrow x = 0,4375$ Assim: $P(\bar{C} E) = \frac{P(\bar{C} \cap E)}{P(E)} = \frac{0,8 \times 0,4375}{0,5} = 0,7$
	E	$\bar{E}$	Total														
C	0,15		0,2														
$\bar{C}$	0,35		0,8														
Total	0,5		1														

10. Para construir o intervalo de confiança, para o valor médio do número de etapas, consideramos:

- $n = 225$
- $z = 2,576$
- $\bar{x} = 4,5$
- $S = 1,2$

Como a amostra tem mais de 30 elementos, o intervalo de confiança será:

$$\left] \bar{x} - z \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{S}{\sqrt{n}} \right[= \left] 4,5 - 2,576 \frac{1,2}{\sqrt{225}}, 4,5 + 2,576 \frac{1,2}{\sqrt{225}} \right[\\ \approx]4,29; 4,71[$$

Estima-se que o valor médio de etapas, para percorrer a EN2, varia de 4,29 a 4,71. Logo, o Fred tem razão para duvidar da afirmação, pois 6 não pertence ao intervalo.