

1.

1.1. A probabilidade pedida é condicionada, pelo que, na restrição aos votos das listas A e B (não atribuídos à lista C), temos que o número de casos possíveis é 69 (18 + 51) e, destes, 18 são casos favoráveis, resultando uma probabilidade de $\frac{18}{69} = \frac{6}{23}$.

A opção correta é a **(A)**.

1.2. Aplicando o método descrito, podemos construir a seguinte tabela.

Divisores	Listas		
	A	B	C
1	18	51	32
2	9	25,5	16
3	6	17	10,7
4	4,5	12,75	8
5	3,6	10,2	6,4
6	3	8,5	5,3

A Joana Almeida é a **quinta** candidata da lista B a ser selecionada e ocupa o penúltimo lugar na equipa de gestão. O quociente associado à Joana é 10,2, pelo que todos os quocientes menores e o seguinte deverão ser selecionados.

Assim, a equipa de gestão será composta por 10 elementos distribuídos da seguinte forma:

Lista A – 2 Lista B – 5 Lista C – 3

2. De acordo com as informações disponibilizadas, os primos (L – Lurdes, C – Carla, J – José, E – Edgar, P – Paula) aplicaram o algoritmo cujos resultados foram os seguintes:

1.ª volta
Ordem – L, C, J, E, P
A Lurdes iniciou e a 1.ª fatia ficou para a Paula, pois são, respetivamente, a primeira da lista e a última a retificar.
2.ª volta
Ordem – L, C, J, E
A Lurdes iniciou e a 2.ª fatia ficou para o José, pois são, respetivamente, a prima que se segue a quem recebeu a última fatia e o último primo a retificar.
3.ª volta
Ordem – L, C, E
O Edgar iniciou e a 3.ª fatia ficou para a Carla, pois são, respetivamente, o primo que se segue a quem recebeu a última fatia e a última prima a retificar.
Última volta
Os dois primos L e E, um divide e o outro escolhe.

Assim, a correspondência é:

I – b) segunda II – a) Lurdes III – c) três IV – a) Lurdes

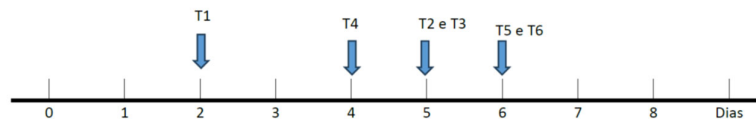
3. Com as informações do grafo orientado, podemos construir a seguinte tabela.

Tarefa	T1	T2	T3	T4	T5	T6
Precedências	0	T1	T4	0	T2, T3 e T4	T1
Duração	2	3	1	4	1	4

As tarefas T1 e T4 não têm precedências, pelo que podem ser iniciadas ao mesmo tempo.

As tarefas T2 e T6 têm uma precedência da tarefa T1, pelo que podem ser iniciadas ao mesmo tempo após T1.

Assim, podemos elaborar o seguinte esquema:



A correspondência é:

I – b) 4 II – c) 5 III – a) T_2 e T_6 IV – b) 6

4. Consultando as distâncias em falta no grafo da figura 3, e ordenando as arestas do grafo por ordem crescente das distâncias, resulta:

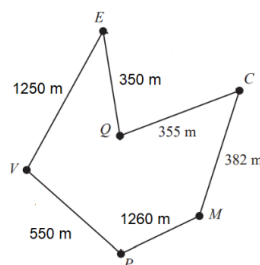
$QE - 350 \text{ m}$
$QC - 355 \text{ m}$
$MC - 382 \text{ m}$
$PV - 550 \text{ m}$
$EC - 748 \text{ m}$
$QP - 1100 \text{ m}$ ($700 + 400$)
$VE - 1250 \text{ m}$ ($800 + 450$)
$PM - 1260 \text{ m}$ ($700 + 400 + 160$)



Não selecionada, pois três arestas não se podem encontrar no mesmo vértice.

Não selecionada, pois fecha o circuito.

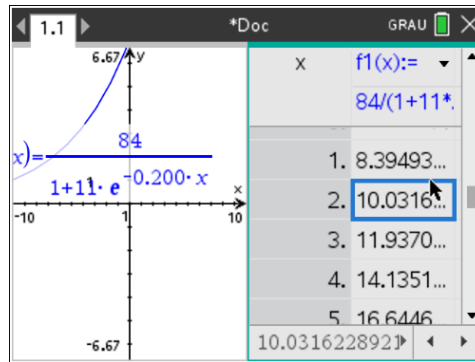
Usando as arestas selecionadas, resulta o seguinte grafo.



Um possível percurso para a caminhada da Joana é $C - M - P - V - E - Q - C$ ou o seu espelho $C - Q - E - V - P - M - C$.

5.

5.1. A percentagem de clientes que atribuíram, pelo menos, 4 estrelas à experiência, até ao início de março de 2022 ($t = 2$), é, aproximadamente, igual a 10%, pois $E(2) = 10,0316\ldots$



Logo, o número de clientes é $0,10 \times 600 \approx 60$.

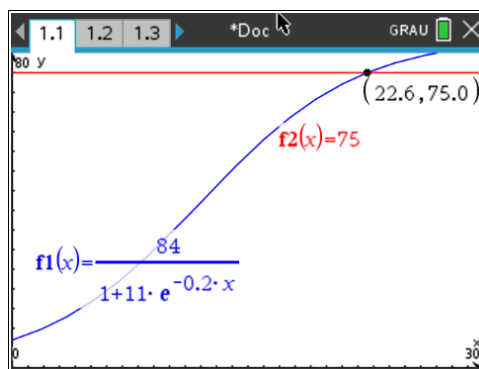
A opção correta é a **(A)**.

5.2. O número de clientes que atribuíram, pelo menos, 4 estrelas à experiência, até ao início do mês em que foi feita esta atualização, foi igual a $770 + 430 = 1200$, sendo o número total de clientes que realizaram a experiência igual a 1600.

A percentagem de clientes que atribuíram, pelo menos, 4 estrelas à experiência, até ao início do mês em que foi feita esta atualização, foi igual a $\frac{770 + 430}{1600} = \frac{1200}{1600} = 0,75$, ou seja 75%.

Assim, determinamos, graficamente o valor de t para o qual $E(t) = 75$.

Representando graficamente a função E e a reta de equação $y = 75$, intersetando os dois gráficos obtém-se $t = 22,6$.



Uma vez que $22,6 = 12 + 10,6$ (1 ano e 11 meses), conclui-se que a atualização ocorreu em novembro de 2023.

5.3. I – Através da análise do gráfico da função E , podemos concluir que, nos primeiros dois anos, a percentagem de clientes que atribuíram, pelo menos, 4 estrelas à experiência é **crescente**.

II – Considerando que, no início de 2022 ($t = 0$), tínhamos $E(0) = 7$ e $N(0) = 40$, conclui-se que a percentagem de clientes que atribuíram, pelo menos, 4 estrelas à experiência era **inferior** à percentagem de clientes que atribuíram 3 estrelas.

III – Uma vez que $N(4,25) = E(4,25)$, e que a função N é decrescente e a função E é crescente, a percentagem de clientes que atribuíram 3 estrelas passou a ser inferior à percentagem de clientes que atribuíram, pelo menos, 4 estrelas, durante o mês de **maio**.

IV – Observa-se que, com o decorrer do tempo, a percentagem de clientes que atribuiu, pelo menos, 4 estrelas aproxima-se de 84%, enquanto a percentagem de clientes que atribuiu 3 estrelas aproxima-se de 10%. Assim, a percentagem de clientes que atribuíram, no máximo, 2 estrelas à experiência tende para **6%** ($100 - 84 - 10$).

Assim, a correspondência é:

I – **a)** crescente II – **c)** inferior III – **b)** maio IV – **a)** 6%

6.

6.1. Considerando:

- a classe $]2, 3]$ resulta $200 \times 0,25 + 120 \times 0,10 + 80 \times 0,4 = \mathbf{94}$;
- a classe $]0, 1]$ temos $200 \times 0,5 = \mathbf{100}$; $120 \times 0,6 = 72$; $80 \times 0,4 = 32$;
- a mediana de 80 dados será a média entre o 40.º e o 41.º, dado que se encontra na classe **$[26, 34[$** ;
- com idade inferior a 34 anos temos 47 pessoas ($25 + 22$), num total de 80, isto é, $\frac{47}{80} = 0,5875$ ou **58,75%**.

Assim, a correspondência é:

I – **a)** 94 II – **c)** gaivota III – **b)** $[26, 34[$ IV – **b)** 58,75%

6.2. A frequência acumulada da classe $[26, 34[$ é obtida a partir da soma das frequências das classes $[18, 26[$ e $[26, 34[$, resultando da figura 5 o valor 292 ($130 + 162$). Isto corresponde a uma frequência relativa acumulada de $\frac{292}{400} = 0,73$.

A opção correta é a **(D)**.

6.3. Considerando os valores centrais de cada classe (marcas de classe: 22; 30; 38 e 46), e representando por x a idade de cada pessoa do grupo A, podemos escrever a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \frac{80 \times 22 + 80 \times 30 + 24 \times 38 + 16 \times 46 + 24 \times x}{224} &= 30 \Leftrightarrow \frac{5808 + 24x}{224} = 30 \\ \Leftrightarrow 5808 + 24x &= 6720 \\ \Leftrightarrow 24x &= 6720 - 5808 \\ \Leftrightarrow 24x &= 912 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{912}{24} \\ \Leftrightarrow x &= 38 \end{aligned}$$

Assim, a idade de cada pessoa do grupo A pertence à classe $[34, 42[$.

7.

7.1. Ao seleccionar, ao acaso, dois menores de idade da tabela 4, temos o **número de casos possíveis**:

$$500 \times 499 = 249\,500$$

Ao seleccionar, ao acaso, dois menores de idade da tabela 4 que foram inquiridos nas praias, temos:

- da região do Algarve: $275 \times 274 = 75\,350$
- da região Norte: $225 \times 224 = 50\,400$

O **número de casos favoráveis** (número de inquiridos serem da mesma região) é:

$$75\,350 + 50\,400 = 125\,750$$

A probabilidade de ambos os menores serem da mesma região é $\frac{125\,750}{249\,500} \approx 0,5$.

7.2. Considere-se a variável aleatória X : “tempo, em minutos, que as pessoas, inquiridas nas praias do Algarve, estiveram dentro de água da última vez que foram ao banho”.

Então, $X \sim N(\mu, \sigma) = N(20; 2,5)$.

Para determinar $P(X < 15)$ podemos usar dois processos:

1.º Processo (usando o formulário):

Como $15 = 20 - 2 \times 2,5 = \mu - 2\sigma$, pretende-se determinar o número de pessoas inquiridas nas praias do Algarve que referiram ter estado menos de 15 minutos dentro de água da última vez que foram ao banho.

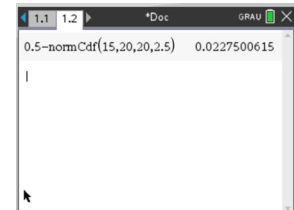
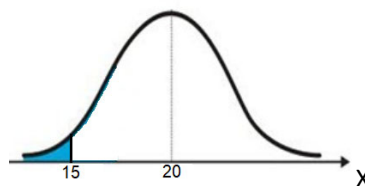
Sabe-se que, numa distribuição normal, $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$.

Logo, $P(X < 15) = P(X < \mu - 2\sigma) = 0,5 - \frac{0,9545}{2} = 0,02275$.

2.º Processo (usando a calculadora):

Pretende-se determinar $P(X < 15)$:

$$\begin{aligned} P(X < 15) &= 0,5 - P(15 < X < 20) = \\ &= 0,5 - \text{normalcdf}(15, 20, 15, 2,5) \\ &\approx 0,02275 \end{aligned}$$



O número de pessoas inquiridas em praias da região do Algarve, que referiram ter estado menos de 15 minutos na água, é 2275 ($100\,000 \times 0,02275$).

Assim, o número de pessoas maiores de idade inquiridos em praias da região do Algarve que referiram ter estado menos de 15 minutos na água é igual a 2000 ($2275 - 275$).

A probabilidade pedida é $\frac{2000}{3700} \approx 0,54$.

8. A dimensão da amostra é $n = 1600$.

A proporção amostral é $\hat{p} = \frac{350+850}{1600} = \frac{1200}{1600} = 0,75$.

Para um nível de confiança de 99%, temos $z = 2,576$.

Para uma amostra de dimensão superior a 30, o intervalo de confiança a 99% para a proporção de pessoas que na deslocação entre o seu alojamento e a praia, despenderam, no máximo, 30 minutos é:

$$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] = \left[0,75 - 2,576 \sqrt{\frac{0,75(1-0,75)}{1600}}; 0,75 + 2,576 \sqrt{\frac{0,75(1-0,75)}{1600}} \right] = \\ \approx]0,72; 0,78[$$