

1. A cidade de Barcelona (B) venceu todas as comparações, ou seja, foi a vencedora nos três pares de cidades seguintes:

| Cidades               | Barcelona e Cracóvia                                              | Barcelona e Praga                                              | Barcelona e Roma                                                |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <b>Total de votos</b> | Barcelona:<br>$36 + 58 = 94$ votos<br>Cracóvia:<br>$X + 29$ votos | Barcelona:<br>$36 + X$ votos<br>Praga:<br>$58 + 29 = 87$ votos | Barcelona:<br>$36 + X + 29 = X + 65$ votos<br>Roma:<br>58 votos |

Assim, como Barcelona foi a cidade vencedora, resulta que:

$$X + 29 < 94 \Leftrightarrow X < 94 - 29 \Leftrightarrow X < 65$$

$$36 + X > 87 \Leftrightarrow X > 87 - 36 \Leftrightarrow X > 51$$

$$X + 65 > 58 \Leftrightarrow X > 58 - 65 \Leftrightarrow X > -7$$

Considerando que  $X$  é um número natural, então o seu valor mínimo será 52 votos e o seu valor máximo será 64 votos.

2. Aplicando o método descrito, resulta:

| Divisor | B     | C    | P     | R    |
|---------|-------|------|-------|------|
| 1       | 430   | 1020 | 850   | 200  |
| 2       | 215   | 510  | 425   | 100  |
| 3       | 143,3 | 340  | 283,3 | 66,7 |
| 4       | 107,5 | 255  | 212,5 | 50   |
| 5       | 86    | 204  | 170   | 40   |
| 6       | 71,7  | 170  | 141,7 | 33,3 |

Selecionando, na tabela anterior, por ordem decrescente, os dez maiores quocientes, a distribuição dos convites será:

Grupo B: 2 convites

Grupo C: 4 convites

Grupo P: 4 convites

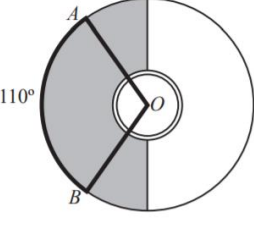
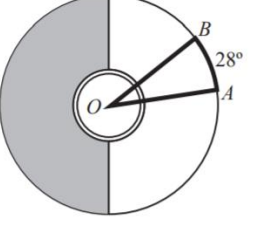
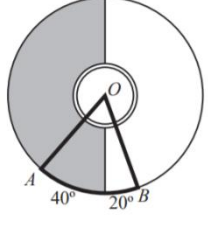
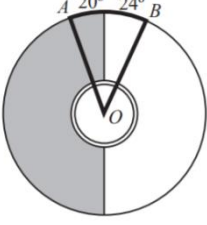
Grupo R: 0 convites

A distribuição dos convites, usando a distribuição na proporção direta, será:

| Grupo                                                  | B                                   | C                                    | P                                  | R                                  |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Proporção direta                                       | $\frac{430}{2500} \times 10 = 1,72$ | $\frac{1020}{2500} \times 10 = 4,08$ | $\frac{850}{2500} \times 10 = 3,4$ | $\frac{200}{2500} \times 10 = 0,8$ |
| Distribuição dos convites (arredondamento às unidades) | 2                                   | 4                                    | 3                                  | 1                                  |

Conclui-se que, com a aplicação da proporção direta, há transferência de um convite do grupo P para o grupo R, o que torna este método o mais vantajoso para este grupo.

3. O setor cinzento corresponde a  $\frac{1}{5} = 0,2$  da receita e o setor branco corresponde a  $\frac{4}{5} = 0,8$  da receita.
- Considerando as proporções dos setores apresentados, resulta:

|                                                                                              |                                                                                              |                                                                                                                                              |                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(A)</p>  | <p>(B)</p>  | <p>(C)</p>                                                 | <p>(D)</p>                                                |
| $\frac{180}{0,2} = \frac{110}{x}$ $x \approx \textbf{0,122}$                                 | $\frac{180}{0,8} = \frac{28}{x}$ $x \approx \textbf{0,124}$                                  | $\frac{180}{0,2} = \frac{40}{x}$ $x \approx 0,044$<br>$\frac{180}{0,8} = \frac{20}{y}$ $y \approx 0,089$<br>$0,044 + 0,089 = \textbf{0,133}$ | $\frac{180}{0,2} = \frac{20}{x}$ $x \approx 0,022$<br>$\frac{180}{0,8} = \frac{24}{y}$ $y \approx 0,107$<br>$0,022 + 0,107 = \textbf{0,129}$ |

A maior receita está associada ao setor (C).

A opção correta é a **(C)**.

4. Considerando o edifício E1 para iniciar a aplicação do método descrito e seleccionando, na tabela, o edifício ainda não seleccionado, que se encontra mais próximo, obtemos o seguinte grafo ponderado:

E1 – E6: 560 m

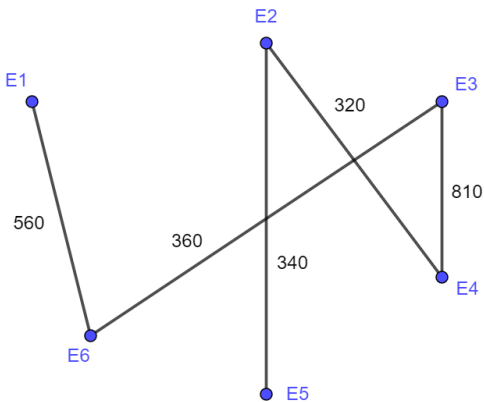
E6 – E3: 300 m

E3 – E4: 810 m

E4 – E2: 320 m

E2 – E5: 340 m

**Total: 2330 m**



O comprimento mínimo previsto, em metros, de fio de luzes a instalar é 2330 metros e o custo total desta instalação é 8155 euros ( $2330 \times 3,5$ ).

5.

5.1. Em 2004, ou seja, 4 anos após o início de 2000, temos  $t = 4$  e:

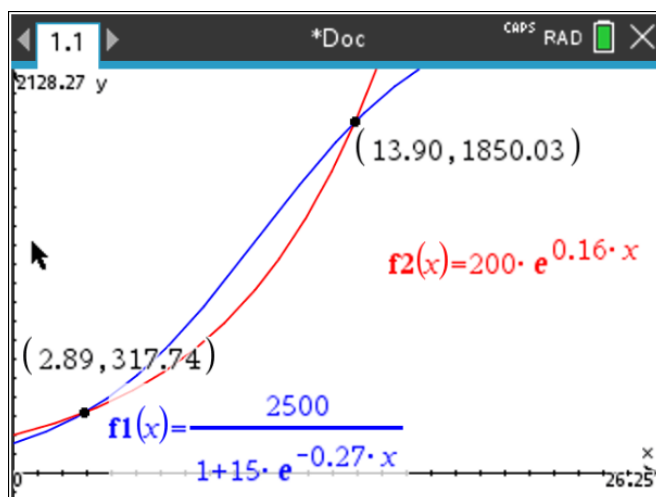
$$E(4) = \frac{2500}{1 + 15e^{-0,27 \times 4}} \approx 410,24 \approx 410$$

Em 2007, ou seja, 7 anos após o início de 2000, temos  $t = 7$  e:

$$E(7) = \frac{2500}{1 + 15e^{-0,27 \times 7}} \approx 765,44 \approx 765$$

Como o triplo do número de alunos estrangeiros inscritos na faculdade F1, no início de 2004, é  $410 \times 3 \approx 1230 \neq 765$ , conclui-se que a afirmação é falsa.

5.2. Representando na calculadora gráfica os modelos correspondentes às duas faculdades, obtém-se:



Os pontos de interseção dos dois gráficos, com as coordenadas arredondadas às centésimas, são (2,89; 317,74) e (13,90; 1850,03).

Por observação dos gráficos, verifica-se que o número de alunos da faculdade F1 foi superior ao observado na faculdade F2 entre  $t \approx 2,89$  e  $t \approx 13,90$ , ou seja, durante  $13,90 - 2,89 \approx 11$  anos.

6.

6.1. Estabelecendo uma regra de três simples, temos:

1016 ----- 12,7%

$x$  ----- 9,4 %

$$x = \frac{1016 \times 9,4}{12,7} = 752 \text{ alunos}$$

| Mês | N.º de alunos |
|-----|---------------|
| 6   | 1016          |
| 7   | 752           |

Percentagem pedida:

$$\frac{752 - 1016}{1016} \times 100 \approx -26\%$$

No mês 7, o número de alunos que frequentaram a cantina diminuiu 26% relativamente ao mês anterior.

A opção correta é a **(A)**.

6.2. Ordenando por ordem crescente os doze valores do gráfico, resulta:

|     |     |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
|-----|-----|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|
| $b$ | 9,4 | 11,7 | 12,7 | 13,9 | 14,5 | $a$ | 15,5 | 15,9 | 15,9 | 16,2 | 16,4 |
|-----|-----|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|

Como os dados são em número par, usamos os dois valores centrais para calcular a mediana, isto é:

$$\frac{14,5 + a}{2} = 14,9 \Leftrightarrow 14,5 + a = 29,8 \Leftrightarrow a = 29,8 - 14,5 \Leftrightarrow a = 15,3\%$$

7. No final das primeiras 24 prestações, o valor pago pelo Francisco foi  $24 \times 280 = 6720$  €, sendo que 60% deste valor correspondeu a juros, ou seja, o valor dos juros pagos nas primeiras 24 prestações foi  $0,6 \times 6720 = 4032$  €.

O valor dos juros pagos nas 24 prestações seguintes foi  $0,25 \times 24 \times 280 = 1680$  €.

O valor a pagar nas 60 prestações é  $60 \times 280 = 16\,800$  €.

Como o crédito pedido foi 10 500 €, o Francisco pagará, na totalidade,  $16\,800 - 10\,500 = 6300$  € de juros.

Conclui-se que, depois de 48 prestações, o valor de juros que o Francisco ainda terá de pagar até ao final do empréstimo é:

$$6300 - (4032 + 1680) = 588 \text{ €}$$

8. Considerem-se os seguintes acontecimentos:

$C$ : “Foi colocado na primeira cidade que selecionou.”

$R$ : “Ficou alojado numa residência universitária.”

Do enunciado, resulta que:

- $P(\bar{C}|R) = 0,4$
- $P(C \cap R) = 0,18$

Apresentam-se dois processos de resolução para este item.

#### 1º Processo

Como  $P(\bar{C}|R) = 0,4$ , então  $P(C|R) = 1 - 0,4 = 0,6$ . Logo:

$$\begin{aligned} P(C|R) &= \frac{P(C \cap R)}{P(R)} \Leftrightarrow 0,6 = \frac{0,18}{P(R)} \\ &\Leftrightarrow P(R) = \frac{0,18}{0,6} = 0,3 \end{aligned}$$

#### 2º Processo

Como  $P(\bar{C}|R) = \frac{P(\bar{C} \cap R)}{P(R)}$ , então  $0,4P(R) = P(\bar{C} \cap R)$ . Logo:

$$\begin{aligned} P(R) &= P(C \cap R) + P(\bar{C} \cap R) \Leftrightarrow P(R) = P(C \cap R) + 0,4P(R) \\ &\Leftrightarrow P(R) - 0,4P(R) = P(C \cap R) \\ &\Leftrightarrow (1 - 0,4)P(R) = P(C \cap R) \\ &\Leftrightarrow 0,6P(R) = 0,18 \\ &\Leftrightarrow P(R) = \frac{0,18}{0,6} \approx 0,3 \end{aligned}$$

9.

9.1. Considerando a restrição aos alunos do sexo masculino (25 alunos), apenas 10 participaram no programa Erasmus+ no segundo semestre.

Assim, a probabilidade é  $\frac{10}{25} = 0,4$ .

A opção correta é a **(B)**.

9.2. Dos 110 alunos, é necessário selecionar três, sendo:

Número de casos possíveis =  $110 \times 109 \times 108 = 1\,294\,920$

O número de alunos que participaram no segundo semestre e que são do sexo feminino é 30, num total de 80.

Se apenas um dos três alunos participou no segundo semestre e é do sexo feminino, então:

$$\begin{aligned}\text{Número de casos favoráveis} &= 30 \times 80 \times 79 + 80 \times 30 \times 79 + 80 \times 79 \times 30 = \\ &= 3 \times (30 \times 80 \times 79) = \\ &= 568\,800\end{aligned}$$

A probabilidade de apenas um aluno ter participado no segundo semestre e ser do sexo feminino é:

$$P = \frac{568\,800}{1\,294\,920} \approx 0,44$$

9.3. A soma das idades dos alunos em cada um dos semestres será:

| 1.º semestre                    | 2.º semestre                   |
|---------------------------------|--------------------------------|
| $S1 = 15,65 \times 70 = 1095,5$ | $S2 = 14,22 \times 40 = 568,8$ |

A média das idades de todos os 110 alunos será dada por:

$$\frac{S1 + S2}{110} = \frac{1664,3}{110} = 15,13$$

10. Como a dimensão da amostra é superior a 30 ( $n = 324$ ), podemos determinar o intervalo de confiança para a idade média dos alunos que participaram no programa Erasmus+ em 2019. Temos que:

- a média amostral é  $\bar{x} = 20,16$  anos;
- o desvio-padrão amostral é  $s = 21$  meses =  $\frac{21}{12} = 1,75$  anos;
- para um nível de confiança de 99%,  $z = 2,576$ .

Os extremos do intervalo de confiança são, então:

$$\left[ \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 20,16 - 2,576 \times \frac{1,75}{\sqrt{324}}; 20,16 + 2,576 \times \frac{1,75}{\sqrt{324}} \right] \approx ]19,91; 20,41[$$