

1.

1.1. Observando a figura 1, e tendo em conta a proximidade dos números aos vértices do triângulo, podemos construir a seguinte tabela:

Votos \ Preferência	3	4	4	6	6	7
1.ª	A	A	B	C	B	C
2.ª	B	C	A	B	C	A
3.ª	C	B	C	A	A	B

Aplicando o método descrito, comparando as votações dos candidatos A e C e depois dos candidatos B e C, temos:

Pares de candidatos					
A	C		C	B	
3	6		4	3	
4	6		6	4	
4	7		7	6	
11 votos	19 votos		17 votos	13 votos	
Vence C			Vence C		

O Carlos (C) venceu em todas as comparações feitas com os restantes candidatos, logo é o vencedor e irá ser o novo diretor do parque de campismo.

1.2. $P(R|S)$ representa a probabilidade de R , sabendo que S ocorreu, isto é, representa a probabilidade de o voto selecionado ter como 1.ª preferência o candidato B, sabendo que o voto selecionado tem como 2.ª preferência o candidato A.

Considerando a restrição a S , isto é, aos votos que têm como 2.ª preferência o candidato A, temos 11 (4 + 7 assinalados na tabela a verde) casos possíveis. Destes 11 casos, apenas 4 são casos favoráveis ao acontecimento R , ou seja, têm como 1.ª preferência o candidato B. Assim, $P(R|S) = \frac{4}{11}$.

A opção correta é a **(A)**.

2. Com as informações referidas no enunciado, podemos construir a seguinte tabela:

Ordem	Manuel	Tomás	Lara	Vasco	Paula
1.ª volta	Iniciou	Retificou Ficou com a 1.ª parcela	Não retificou	Não retificou	Não retificou
2.ª volta	Não retificou	x	Iniciou	Retificou Ficou com a 2.ª parcela	Não retificou
3.ª volta	Retificou	x	Retificou Ficou com a 3.ª parcela	x	Iniciou

Se a Lara iniciou a 2.^a volta, significa que o Tomás ficou com a 1.^a parcela e foi o único que a retificou, saindo da ordem.

Se o Vasco ficou com a 2.^a parcela, então foi o único que a retificou e saiu da ordem.

A Paula iniciou a 3.^a volta e houve retificações por parte de dois responsáveis, isto é, o Manuel e a Lara. Como a Lara foi a última a retificar, então ficou com a 3.^a parcela.

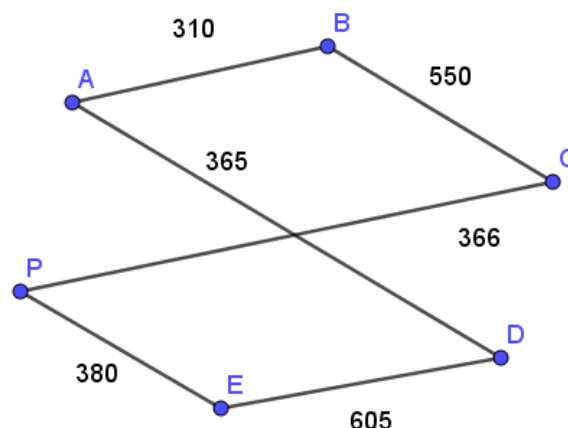
Assim, podemos estabelecer a seguinte correspondência:

Coluna I	Coluna II
Lara	(4), (5)
Paula	(2), (3), (6)
Tomás	(1), (7)

3. Considerando nos vértices do grafo cada um dos ecopontos, selecionando por ordem crescente as arestas com menor peso e aplicando o método descrito, resulta:

Ordenação das arestas	Seleção
AB – 310	✓
AD – 365	✓
CP – 366	✓
EP – 380	✓
AP – 395	Não selecionada porque do vértice A incidem 2 arestas.
BD – 400	Não selecionada porque fecha o percurso sem incluir todos os vértices.
BC – 550	✓
AE – 600	Não selecionada porque do vértice A incidem 2 arestas.
DE – 605	✓
CE – 610	✓

GRAFO



Um itinerário possível, com início e fim no portão, definido pelo funcionário será:

P – E – D – A – B – C – P (ou o seu espelho P – C – B – A – D – E – P)

4. O evento envolve 140 pessoas e a reserva é constituída por:

- 8 bungalows M, com uma capacidade para 32 (8×4) pessoas.
- 10 bungalows G, com uma capacidade para 60 (10×6) pessoas.
- 12 tendas para as restantes 48 ($140 - 92$) pessoas.

O valor total faturado será:

Taxa diária dos bungalows M + taxa diária dos bungalows G + taxa diária das tendas

$$8 \times 80 + 10 \times 100 + (12 \times 6,5 + 48 \times 5,5) = 640 + 1000 + 78 + 264 = 1982 \text{ €}$$

O lucro que o parque de campismo obteve com este evento foi 25% de 1982 euros, isto é,
 $0,25 \times 1982 = 495,50 \text{ €}$.

5.

5.1. O valor da percentagem de aumento do número de peixes da espécie A no lago resulta do quociente

$\frac{A(6)-A(3)}{A(3)}$, onde:

$$A(3) = \frac{20}{1 + 99e^{-0,8 \times 3}} \approx 2,00379$$

$$A(6) = \frac{20}{1 + 99e^{-0,8 \times 6}} \approx 11,02083$$

$$\frac{A(6) - A(3)}{A(3)} = \frac{11,02083 - 2,00379}{2,00379} \approx 4,49999$$

Este valor corresponde a 450%.

5.2. O número de peixes no início do ano de 2002 era de:

$$A(2) = \frac{20}{1 + 99e^{-0,8 \times 2}} \approx 0,95294$$

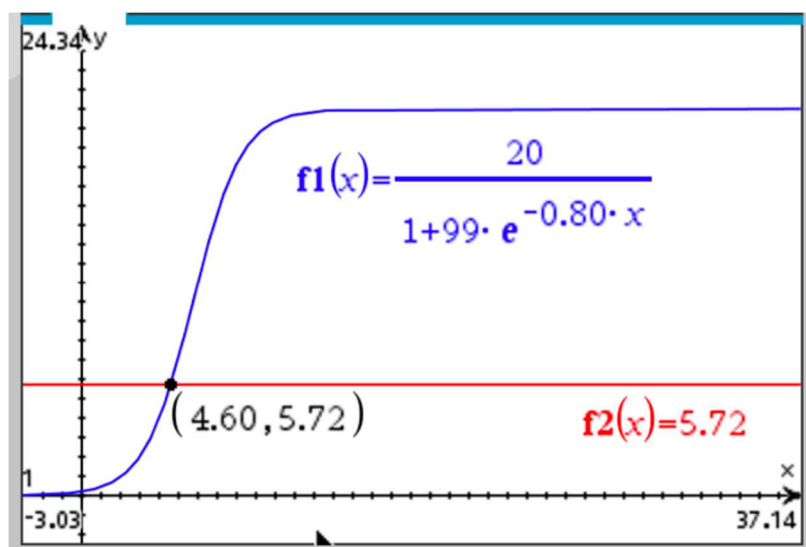
Queremos determinar o momento em que o número de peixes da espécie A foi, pela primeira vez, seis vezes maior do que o número de peixes existentes no início do ano de 2002.

Assim:

$$\text{Número de peixes} = 6 \times 0,95294 = 5,71764$$

Usando as potencialidades da máquina gráfica, representamos graficamente a função

$$A(x) = \frac{20}{1 + 99e^{-0,8x}} \text{ e a reta } y = 5,71764.$$



Determinando o ponto de interseção dos respetivos gráficos, $(4,6; 5,7)$, conclui-se que o número de peixes foi seis vezes maior do que o número registado em 2002 durante o ano de 2004.

5.3. Por observação do modelo logístico apresentado para a espécie A, verificamos que este tende a estabilizar em 20 centenas, ou seja, em 2000 peixes no total.

No enunciado, estima-se que o número de peixes da espécie B no lago venha a atingir o dobro do número de peixes da espécie A, isto é, 4000 peixes no total. Assim, eliminam-se as opções (A) e (B).

Considerando que $t = 0$ corresponde ao início do ano 2000 e que o modelo para a contagem de peixes da espécie B se inicia 3 anos antes (em 1997), então a representação gráfica que modela a espécie B tem início quando $t = -3$.

A opção correta é a **(D)**.

6. De acordo com a informação dada na figura 3, temos que o número de lugares ocupados por tendas é $0,7 \times 200 = 140$.

Observando a informação fornecida na tabela, e com o valor determinado anteriormente, sabemos que o número de lugares ocupados por automóveis é $200 - (140 + 20) = 40$.

Como existem 125 lugares disponíveis para automóveis no parque, então a percentagem de lugares ocupados por automóveis, usando uma regra de três simples, é:

$$125 \text{ ----- } 100\%$$

$$40 \text{ ----- } x$$

$$x = \frac{40 \times 100}{125}$$

$$\Leftrightarrow x = 32$$

A percentagem de lugares ocupados por automóveis, relativamente ao número de lugares existentes para os estacionar, é 32%.

7.

7.1. Determinando a amplitude da distribuição das idades em cada uma das alíneas, temos:

(A) $30 - 18 = 12$

(B) $31 - 12 = 19$

(C) $39 - 14 = 25$

(D) $31 - 12 = 19$

Assim, para a amplitude ser 19, só poderemos considerar as alíneas (B) e (D).

Calculando a média das idades nestas duas alíneas, temos:

$$\text{(B)} \quad \bar{x} = \frac{12 \times 2 + 13 \times 2 + 15 \times 3 + 20 + 21 + 22 + 30 \times 2 + 31 \times 2}{14} = 20$$

$$\text{(D)} \quad \bar{x} = \frac{12 \times 3 + 13 \times 2 + 15 \times 2 + 17 + 18 + 19 + 21 \times 2 + 22 + 31}{14} \approx 17,2$$

Verificamos que só na opção (B) a média das idades é 20.

A opção correta é a **(B)**.

7.2. Consideremos x o número de pessoas do grupo B cuja média de idades é 18 anos.

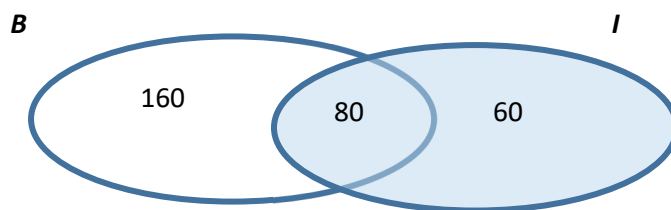
Para determinar o valor de x , podemos escrever:

$$\begin{aligned}\frac{14 \times 20 + x \times 18}{14 + x} &= 18,7 \Leftrightarrow \frac{280 + 18x}{14 + x} = 18,7 \\ \Leftrightarrow \frac{280 + 18x}{14 + x} &= \frac{187}{10} \\ \Leftrightarrow 10(280 + 18x) &= 187(14 + x) \\ \Leftrightarrow 2800 + 180x &= 2618 + 187x \\ \Leftrightarrow 2800 - 2618 &= 187x - 180x \\ \Leftrightarrow 182 &= 7x \\ \Leftrightarrow x &= \frac{182}{7} \\ \Leftrightarrow x &= 26\end{aligned}$$

O grupo B é constituído por 26 pessoas.

8.

8.1. Consideremos I o conjunto dos clientes que usufruíram da piscina e B o conjunto dos clientes que usufruíram do bar. Vamos usar um diagrama de Venn, sabendo que os 80 clientes que usufruíram de ambas as comodidades correspondem à terça parte dos clientes que usufruíram do bar. Assim, o número de clientes que usufruíram apenas do bar é $2 \times 80 = 160$. Logo, o número de clientes que usufruíram da piscina é igual a 140 ($300 - 160 = 140$).



8.2. Consideremos os seguintes acontecimentos:

E : "O cliente é estrangeiro."

I : "O cliente usufruiu da piscina."

Pretende-se determinar a probabilidade do acontecimento I .

Organizando os dados numa tabela, e de acordo com o enunciado, temos:

- $P(E \cap \bar{I}) = 0,3$
- $P(E) = 0,6$
- $P(\bar{I}|\bar{E}) = 0,8$

Logo, $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 0,4$.

Como $P(\bar{I}|\bar{E}) = \frac{P(\bar{E} \cap \bar{I})}{P(\bar{E})}$, resulta que:

$$P(\bar{E} \cap \bar{I}) = P(\bar{E}) \times P(\bar{I}|\bar{E}) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$$

	<i>I</i>	<i>Ī</i>	Total
<i>E</i>		0,3	0,6
<i>Ē</i>		0,32	0,4
Total	0,38	0,62	1

Conclui-se que $P(I) = 1 - 0,62 = 0,38$.

9. Dado que a amostra tem dimensão n superior a 30, podemos considerar o seguinte intervalo a 90% de confiança para a média:

$$\left] \bar{X} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[, \text{ onde a amplitude é dada por } 2 \times z \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Como $z = 1,645$ e $s = 5,5$, resulta que:

$$\begin{aligned} 2 \times 1,645 \times \frac{5,5}{\sqrt{n}} = 0,3619 &\Leftrightarrow \frac{5,5}{\sqrt{n}} = \frac{0,3619}{3,29} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{5,5 \times 3,29}{0,3619} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{n} = 50 \\ &\Leftrightarrow n = 50^2 \\ &\Leftrightarrow n = 2500 \end{aligned}$$

A dimensão da amostra foi de 2500 campistas.