

1. Considerando as faixas circulares da figura 1, da mais próxima do centro à mais afastada, temos a correspondência às 1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª preferências, respetivamente, o que permite construir o seguinte quadro:

N.º de votos	300	150	200	250
1.ª preferência	A	D	C	B
2.ª preferência	B	C	A	D
3.ª preferência	C	B	B	C
4.ª preferência	C	A	D	A

■ 1.ª preferência
■ 2.ª preferência
■ 3.ª preferência
■ 4.ª preferência

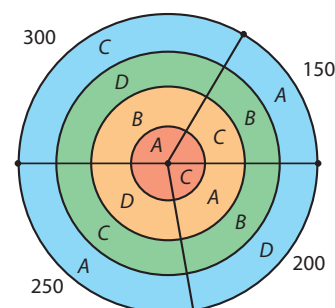


Figura 1

Nesta votação, a **maioria absoluta** corresponde a mais de 50% dos votos (900 votos), isto é, mais de 450 votos na 1.ª preferência.

A contagem da 1.ª preferência corresponde à seguinte votação:

N.º de votos	A	B	C	D
1.ª preferência	300	250	200	150

Como não há um empregado com mais de 450 votos, eliminamos o menos votado, ou seja, o D.

Considerando as preferências apenas com A, B e C, resulta a contagem:

N.º de votos	A	B	C
1.ª preferência	300	250	150 + 200 = 350

Como não há um empregado com mais de 450 votos, eliminamos o menos votado, ou seja, o B.

Considerando as preferências apenas com A e C, resulta a contagem:

N.º de votos	A	C
1.ª preferência	300	150 + 200 + 250 = 600

O vencedor é o candidato C.

A correspondência correta é:

- I – a) 451**
II – c) C
III – b) B
IV – b) 600

4. Como o José atribui à parte com cogumelos o dobro do valor monetário que atribui à parte com azeitonas, e o preço total da *pizza* é 42 €, então a parte com cogumelos custará 28 € $\left(\frac{2}{3} \times 42 = 28\right)$ e a parte com azeitonas 14 € $\left(\frac{1}{3} \times 42 = 14\right)$.

O José escolheu a porção P_1 (figura ao lado). Assim, o valor monetário do P_1 é o seguinte:



Porção P_1

Parte dos cogumelos

$$\frac{180^\circ}{28} = \frac{135^\circ}{\alpha} \Leftrightarrow \alpha = \frac{28 \times 135^\circ}{180^\circ} = 21$$

A parte dos cogumelos custará 21 €.

Parte das azeitonas

$$\frac{180^\circ}{14} = \frac{45^\circ}{\alpha} \Leftrightarrow \alpha = \frac{14 \times 45^\circ}{180^\circ} = 3,5$$

A parte das azeitonas custará 3,5 €.

Assim, o valor monetário atribuído pelo José à fatia P_1 é $21 \text{ €} + 3,5 \text{ €} = 24,50 \text{ €}$.

5. Começemos por indicar o prémio anual correspondente a cada membro do agregado familiar, com a informação dada pela tabela 3. Assim, temos:

Elemento do agregado familiar	Prémios totais anuais (em euros)
Tiago	531,08 €
Alice	466,18 €
Beatriz	241,48 €
Nuno	241,48 €
TOTAL	1480,22 €

O valor total do prémio anual para o agregado familiar, sem desconto, é 1480,22 €.

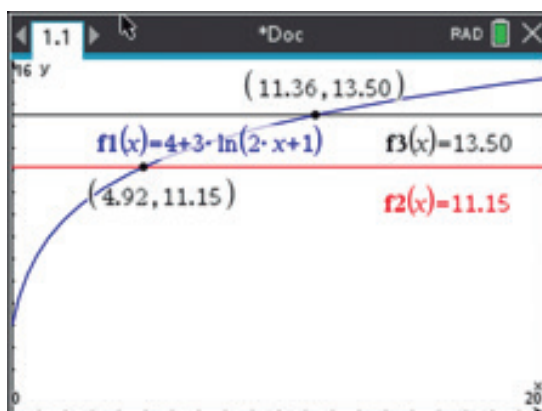
Utilizando os dados da tabela 4, verificámos que o valor do desconto para 4 pessoas é 11%.

Então, o valor do desconto é $1480,22 \times 0,11 = 162,824 \text{ €}$.

O valor anual, em euros, que o mediador de seguros terá apresentado para o seguro de saúde de todo o agregado familiar do Tiago é $1480,22 - 162,824 = 1317,40 \text{ €}$.

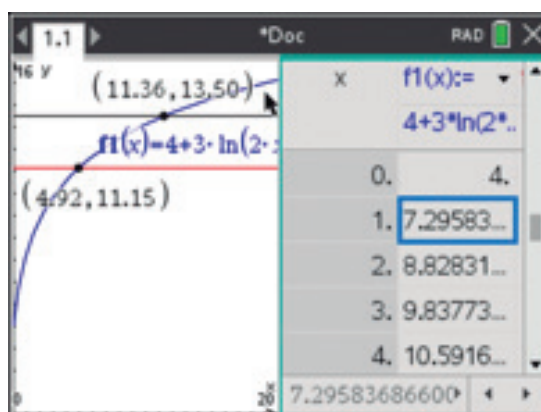
6.

- 6.1. Representando no mesmo referencial as funções dadas $f_1(x) = 4 + 3\ln(2x + 1)$, $f_2(x) = 11,15$ e $f_3(x) = 13,5$, e intersetando os gráficos, obtêm-se dois pontos relevantes de abscissas 4,92 e 11,36, respetivamente.



Assim, o tempo em dias será $11,36 - 4,92 = 6,44$, ou seja, 6 anos completos.

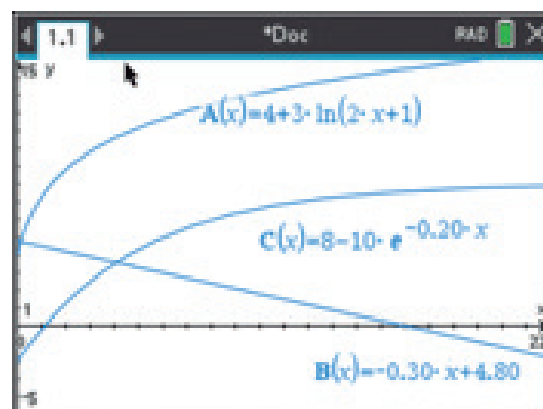
- 6.2. Observando os valores da tabela, o saldo da conta-corrente, ao final de um ano após 2000, é de 7,296 euros. A percentagem de aumento é $\frac{A(1) - A(0)}{A(0)} = \frac{7,296 - 4}{4} = 0,824$, ou seja, 82%.



A opção correta é a (D).

- 6.3. Por observação dos três gráficos e das respetivas tabelas na calculadora, resultam as associações:

Coluna I	Coluna II
(a) Saldo A	(4); (7)
(b) Saldo B	(1); (2); (6)
(c) Saldo C	(3); (5)



7.

7.1.1. Vamos inserir na calculadora gráfica, em duas listas distintas, os dados da tabela 6:

- L1 – pontos
- L2 – nº de clientes

De seguida, vamos calcular o valor relativo à média das pontuações atribuídas pelos clientes e obtemos o valor 8,26.

Concluimos, assim, que a média das pontuações atribuídas é menor que 9 ($8,26 < 9$).

De seguida, vamos calcular o NPS = percentagem de Promotores – percentagem de Detratores.

- Percentagem de Promotores: $\frac{369 + 297}{1080} \times 100 \approx 61,67\%$
- Percentagem de Detratores: $\frac{34 + 25 + 9 + 22 + 30}{1080} \times 100 \approx 11,11\%$

L1	L2
0	0
1	34
2	25
3	9
4	0
5	22
6	30
7	124
8	170
9	369
10	297

Logo, o valor do NPS é:

$$\text{NPS} = 61,67 - 11,11 \approx 50,56\%$$

Como o valor do NPS é menor do que 75%, o grau de satisfação dos clientes não se encontra na zona de excelência em qualquer um dos métodos utilizados.

7.1.2. O texto fica:

A moda das pontuações atribuídas pelos Detratores é **1**.

Os clientes Neutros representam, com arredondamento às unidades, aproximadamente **27%** da amostra.

A mediana das pontuações atribuídas pelos 1080 clientes é **9**.

Os resultados obtidos estão organizados no gráfico circular **c)**, no qual se apresenta a amplitude, em graus, de um dos setores.

Assim, as respostas são:

I – a) 1 (leitura direta na tabela 6)

II – c) 27 $\left(\frac{124 + 170}{1080} \times 100 \approx 27\% \right)$

III – b) 9 (mediana é 9 – leitura na calculadora gráfica, usando as listas do exercício 7.1.1)

IV – c) $\left(\text{setor circular dos Promotores: } \frac{666}{360^\circ} = \frac{1080}{360^\circ} \Leftrightarrow x = \frac{666 + 360^\circ}{1080} \approx 222^\circ \right)$

7.2. • Determinar o número de Detratores : $1000 \times 0,08 = 80$

• Determinar o NPS = percentagem de Promotores – percentagem de Detratores:

$$\frac{723 - 80}{1000} \times 100 = 64,3\%$$

Sabendo que o NPS mínimo para a empresa se situar na zona de excelência é 75%, então, pelo menos, 10,7% do número de clientes Neutros teriam de passar a Promotores.

Como $1000 \times 0,107 = 107$, então o número mínimo de Promotores para a empresa se classificar na zona de excelência é 107.

8.

8.1. Consideremos os acontecimentos:

M : "Turista em lua de mel"

S : "Turista instalado numa *suite*"

Daqui resulta que:

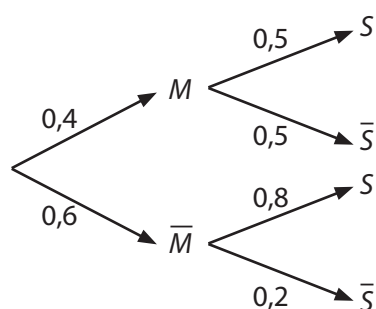
$$P(L) = \frac{200}{500} = 0,4$$

$$P(S | M) = 0,5$$

$$P(\bar{S} | \bar{M}) = \frac{1}{5} = 0,2$$

Pretendemos determinar $P(\bar{M} | S) = \frac{P(\bar{M} \cap S)}{P(S)}$.

Vamos construir o diagrama, usando as informações disponíveis:



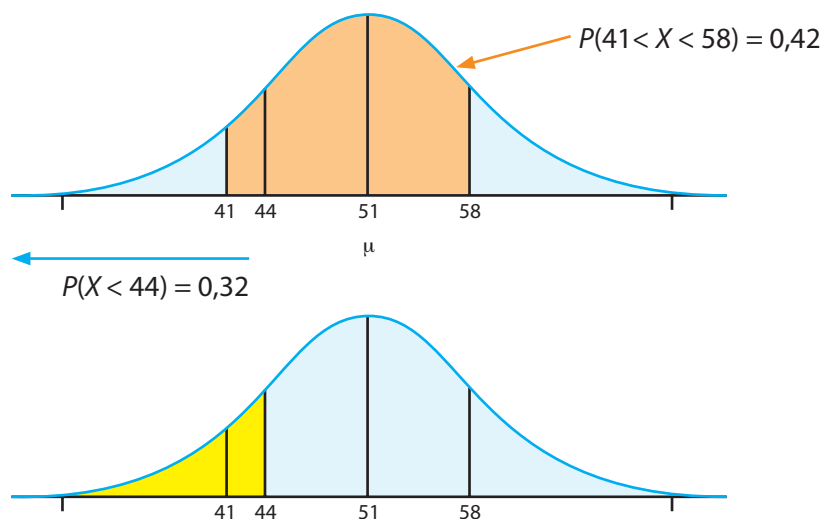
$$P(\bar{M} \cap S) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$$

$$\begin{aligned} P(S) &= P(M \cap S) + P(\bar{M} \cap S) = \\ &= 0,4 \times 0,5 + 0,6 \times 0,8 = \\ &= 0,68 \end{aligned}$$

Temos que:

$$P(\bar{M} | S) = \frac{P(\bar{M} \cap S)}{P(S)} = \frac{0,48}{0,68} = \frac{12}{17}$$

8.2. A variável aleatória X – "Idade dos turistas" segue uma distribuição normal em que $\mu = 51$. Com a informação do enunciado, podemos construir o esboço da curva normal seguinte.



$$P(44 < X < 51) = 0,5 - P(X < 44) = 0,5 - 0,32 = 0,18$$

$$P(44 < X < 58) = 2 \times 0,18 = 0,36$$

Daqui resulta que $P(41 < X < 44) = 0,42 - 0,36 = 0,06$.

É de esperar que, de um total de 500 turistas, existam 30 turistas ($0,06 \times 500 = 30$) com uma idade compreendida entre 41 e 44 anos.

9. Para determinar a média e o desvio padrão do tempo necessário para o embarque dos turistas, teremos de determinar a marca de classe ou o valor central de cada classe, resultando a seguinte tabela de dados:

Tempo (minutos) Valor central	Nº de turistas
15	28
25	36
35	77
45	89
55	26

Considerando nas listas (L1 e L2) da calculadora os valores acima indicados, resulta $\bar{x} = 36,9$ e $S = 11,4$ e ainda os valores $n = 256$ e $z = 1,960$.

Como a amostra tem mais de 30 elementos, o intervalo de confiança a 95% para o valor médio do tempo necessário, em minutos, para o embarque de turistas nos navios de cruzeiro da empresa LZD, será:

$$\left[\bar{x} - z \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{S}{\sqrt{n}} \right] = \left[36,9 - 1,960 \frac{11,4}{\sqrt{256}}, 36,9 + 1,960 \frac{11,4}{\sqrt{256}} \right] \approx]35,5; 38,3[$$