

1. Como a 1.ª preferência vale 5 pontos, a 2.ª vale 3 pontos e a 3.ª vale 1 ponto, a pontuação de cada elemento será:

$$A: 3 \times 5 + 2 \times 3 + 3 \times 1 + 1 \times 5 = 29 \text{ pontos}$$

$$B: 3 \times 3 + 2 \times 1 + 3 \times 5 + 1 \times 3 = 27 \text{ pontos}$$

$$C: 3 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 3 + 1 \times 3 = 25 \text{ pontos}$$

Para que não haja empates, o César fique em 2.º lugar e o Artur seja o vencedor, a votação da Daniela terá de apresentar a seguinte ordem:

1.ª preferência	C
2.ª preferência	A
3.ª preferência	B

Assim, a correspondência será:

I – b) 29 II – b) B III – a) 32 IV – c) C

2. Valor da quota: $Q = \frac{1254}{10+1} = 114$

Curso	CT	LH	SE
Passo 2	$\frac{530}{114} \approx 4,65$	$\frac{384}{114} \approx 3,37$	$\frac{340}{114} \approx 2,98$
Passo 3 Parte inteira	4	3	2
Passo 4	$\frac{530}{4+1} = 106$	$\frac{384}{3+1} = 96$	$\frac{340}{2+1} \approx 113,33$
Distribuição final	4	3	2 + 1 = 3

Total: 9
Falta 1

A distribuição será de 4 alunos de Ciências e Tecnologias, 3 alunos de Línguas e Humanidades e 3 alunos de Ciências Socioeconómicas.

3. Cálculo das parcelas conhecidas:

$$\text{IEC: } 0,001 \times 450 \times 1,23 = 0,5535$$

$$\text{PC: } 0,1263 \times 31 \times 1,23 \approx 4,8158$$

$$\text{AR: } 0,0299 \times 31 \times 1,06 \approx 0,9825$$

$$\text{CA: } 3,02$$

$$\text{TE: } 0,09$$

O valor de C é:

$$C + \text{IEC} + \text{PC} + \text{AR} + \text{CA} + \text{CA} + \text{TE} = V \Leftrightarrow C = V - 0,5535 - 4,8158 - 0,9825 - 3,02 - 0,09$$

$$\Leftrightarrow C = 79,87 - 9,4618$$

$$\Leftrightarrow C = 70,4082$$

Como C, sem IVA, está associado a um valor de 0,1476 por kWh, resulta:

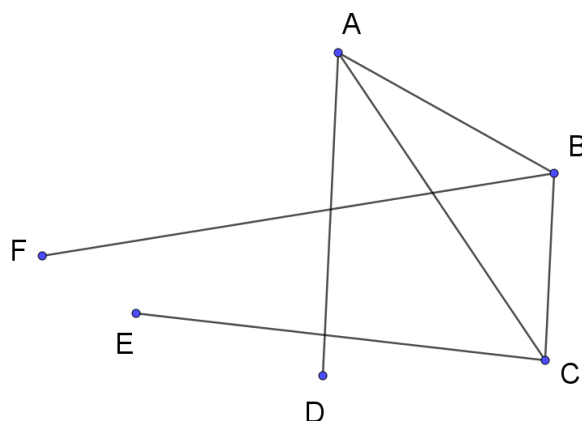
$$0,1476 \times 450 \times x = 70,4082 \Leftrightarrow 66,42x = 70,4082$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{70,4082}{66,42}$$

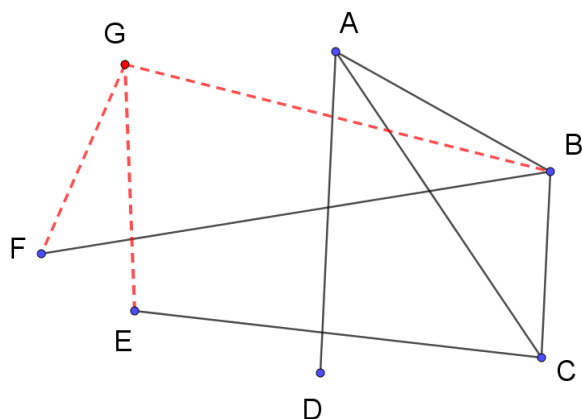
$$\Leftrightarrow x = 1,06$$

Assim, a percentagem de IVA aplicada ao consumo C é de 6%.

4. Considerando que cada vértice representa uma carta, e cada aresta representa a possibilidade de as cartas serem empilhadas, usando o critério de numeração igual ou de figuras geométricas iguais, podemos, sem incluir a carta G, elaborar o seguinte grafo:



Ao acrescentar a carta G, como a sua figura geométrica é um quadrado, acrescentamos as arestas GF e GB, e, considerando que tem o número 3, acrescentamos a aresta GE.

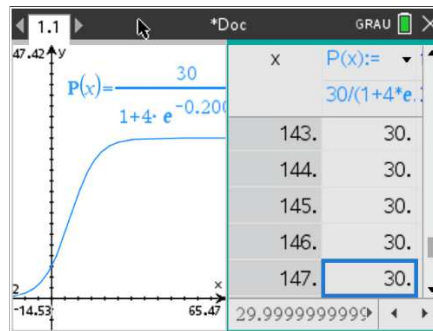


As três primeiras cartas são D, A e B. De seguida, empilham-se as restantes cartas, usando uma das seguintes ordens:

$$D - A - B - C - E - G - F \quad \text{ou} \quad D - A - B - F - G - E - C$$

Concluimos que a peça G pode ser numerada com o número 3.

5. 5.1. Observando o gráfico do modelo P, verificamos que o número de utilizadores estabiliza nas 30 centenas, isto é, nos 3000 utilizadores.

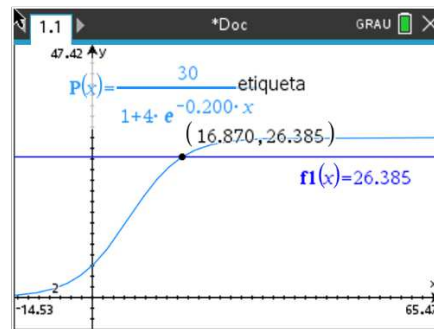


A opção correta é a (C).

- 5.2. A 1 de fevereiro, o número de utilizadores da aplicação, em centenas, era de:

$$N(1) = 9,4 - 2,01 \log_{10}(2) \approx 8,795$$

Inserindo na calculadora as funções P e a reta de equação $y = 3 \times 8,795 = 26,385$, obtemos o ponto de interseção de abcissa 16,87.

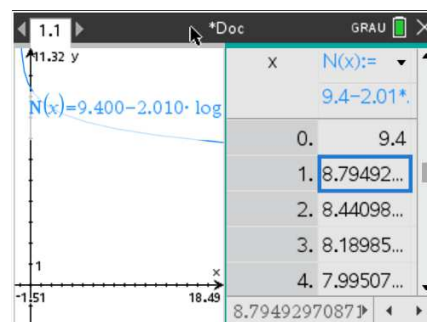
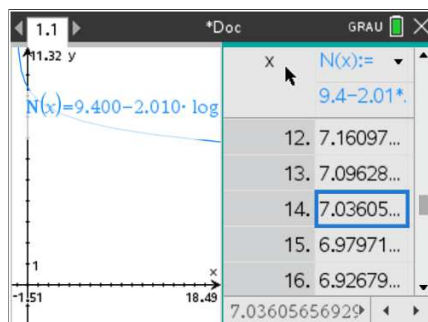


16,87 meses = 1 ano + 4,87 meses

Conclui-se que o momento em que o número de utilizadores atingiu o triplo do observado a 1 de fevereiro de 2016, foi, aproximadamente, 16,87 meses após o dia 1 de janeiro de 2020, isto é, no decorrer do ano de 2021 (em maio).

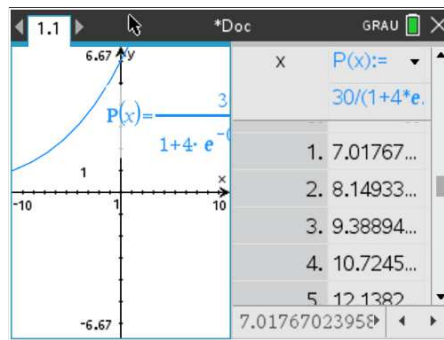
- 5.3. Observando o comportamento das duas funções na calculadora gráfica, e recorrendo a uma tabela para cada uma delas, podemos facilmente identificar, em cada caso, os meses em que o número de utilizadores foi superior a 700 e inferior a 900:

- Função N (válida entre 1 de janeiro de 2016 e 31 de dezembro de 2019)



Neste período, há 14 meses que verificam a condição solicitada.

- Função P (válida a partir de 1 de janeiro de 2020)



Neste período, a condição é verificada em 2 meses.

A opção correta é a **(B)**, uma vez que $14 + 2 = 16$ meses.

6. 6.1. Observando a figura 2, resulta a seguinte tabela:

x	55	75	100	125	125
y	24	30	44	62	50

Considerando, nas listas da calculadora, em L1 os valores de x e em L2 os valores de y , resulta a seguinte equação da reta de regressão $y = 0,474x - 3,487$.

Para $x = 80$, usando a equação obtida, resulta que $y = 0,474 \times 80 - 3,487 \approx 34$.

Assim, estima-se que, nesse mês, concluíram o jogo 34 equipas.

6.2. (1)

Classe	Capitães que concluíram
[18, 28[	6
[28, 38[	3
[38, 48[	21

(2)

Classe	Número de capitães
[18, 28[	15
[28, 38[	18
[38, 48[	42
Total	75

$$0,56 \times 75 = 42$$

(3) $9 + 15 + 21 = 45$ capitães que não concluíram

$$45 \div 5 = 9 \quad \text{Classe } [18, 28[$$

(4)

Classe	Capitães que concluíram	Capitães que não concluíram	Diferença
[18, 28[	6	9	$9 - 6 = 3$
[28, 38[	3	15	$15 - 3 = 12$
[38, 48[	21	21	$21 - 21 = 0$

(5) A classe modal é a que tem maior frequência.

Classe	Número de capitães
[18, 28[	15
[28, 38[	18
[38, 48[	42
Total	75

(6) A mediana corresponde ao valor central. Para 75 dados, a mediana tem a posição 38.^a.

Classe	Número de capitães	Frequência acumulada
[18, 28[	15	15
[28, 38[	18	33
[38, 48[	42	75
Total	75	

(7) Considerando, na calculadora, as listas seguintes:

Marca de classe (L1)	Número de capitães (L2)	Resulta Q1 = 33
23	9	
33	15	
43	21	

Assim, a correspondência será:

a) – (3) b) – (1), (4), (7) c) – (2), (5), (6)

7. 7.1. Apenas preenchendo os espaços necessários, resulta:

Tempo (minutos)	Número de equipas	Frequência relativa simples (%)	Frequência relativa acumulada
]0, 10]	$x = 15$	12,5	12,5
]10, 20]		$y = 52,5 - 12,5 = 40$	52,5
]20, 30]			60
]30, 40]	12	$70 - 60 = 10$	70
]40, 50]			$z = 100 - 7,5 = 92,5$
]50, 60]		7,5	100

12 ----- 10%

x ----- 12,5%

$$x = \frac{12 \times 12,5}{10} = 15$$

Assim, a correspondência será:

I – c) quantitativa contínua II – c) 40 III – b) 92,5 IV – a) 15

7.2. Na classe $]30, 40]$ temos 12 equipas, das quais 25% concluíram o desafio num tempo superior a 35 minutos, isto é, $0,25 \times 12 = 3$ equipas, e $12 - 3 = 9$ equipas concluíram o desafio num tempo inferior a 35 minutos.

O número de casos possíveis, de escolher duas fotografias, de entre 12, para colocar nas duas primeiras páginas do álbum é $12 \times 11 = 132$.

O número de casos favoráveis, de escolher apenas uma das fotografias em que a equipa terminou o desafio em mais de 35 minutos é a da 1.ª página, 3×9 , ou é a da 2.ª página, 9×3 , correspondendo a um total de $3 \times 9 + 9 \times 3 = 54$.

Assim, a probabilidade pedida é $p = \frac{54}{132} \approx 0,41$.

8. Considerando os acontecimentos:

A: "Participaram pela 1.ª vez."

B: "Concluíram o desafio."

Do enunciado, vem que:

- $P(A) = \frac{1}{4}$
- $P(\bar{A} \cap B) = 0,48$
- $P(B|A) = 0,56$

Assim:

- $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{4} = 0,75$
- $P(A \cap B) = ?$

$$P(B|A) = 0,56 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0,56$$

$$\Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{0,25} = 0,56$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,56 \times 0,25$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,14$$

- $P(B|\bar{A}) = ?$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,48}{0,75} = 0,64$$

- $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = 0,14 + 0,48 =$
 $= 0,62 =$
 $= 62\%$

Assim, a correspondência será:

I – c) 0,75 II – b) 14% III – c) 0,64 IV – a) 62%

9. 9.1. Sabendo que a pessoa escolhida não indicou C nem D temos $200 + 250 = 450$ pessoas, das

quais 200 preferem o jogo A. Logo, $p = \frac{200}{450} = \frac{4}{9}$.

A opção correta é a **(A)**.

9.2. De acordo com a informação:

- a dimensão da amostra é $n = 900$;
- a proporção amostral é $\hat{p} = \frac{324}{900} = 0,36$;
- a amplitude do intervalo de confiança é igual a 0,06272;
- a margem de erro do intervalo $z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ é $0,06272 : 2 = 0,03136$.

$$z \sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{900}} = 0,03136 \Leftrightarrow z \times 0,016 = 0,03136$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{0,03136}{0,016}$$

$$\Leftrightarrow z = 1,96$$

Para $z = 1,96$, o nível de confiança é de 95%.